Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Кемеровский государственный университет»

«Утверждаю»
Декан факультета
______________________Данилов Н.Н.
«10» февраля 2014 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине
ОПД.Ф.8 «Методы оптимизации»
для студентов специальности
010501 «Прикладная математика и информатика»

Математический факультет

форма обучения: очная, заочная

курс _________4___________
семестр ______7___________
лекции _________36_________ (часов)
практические занятия _______36____ (часов)
лабораторные занятия ______-______(часов)
самостоятельные занятия ____30_____(часов)
Всего часов ________102____________

экзамен _____7_____
(семестр)
зачет _______-_____
(семестр)

Составитель: д. т. н., профессор
Крутиков В.Н.

Кемерово 2014

Рабочая программа дисциплины ОПД.Ф.8 «Методы оптимизации» составлена на основании требований, предъявляемых к студентам специальности 010501 «Прикладная математика и информатика» в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры
Протокол № 6 от «17» января 2014 г.
Зав. кафедрой ____________________________ Данилов Н.Н.

Одобрено методической комиссией
Протокол № 6 от «10» февраля 2014 г.
Председатель_____________________________ Фомина Л.Н.

1. Пояснительная записка

Актуальность и значимость учебной дисциплины. Чрезвычайно широкое распространение оптимизационных задач в технике, экономике, управлении привело к необходимости ознакомления с методами решения подобных задач. Сегодня для решения многих задач оптимизации различных предметных областей разработаны единые средства их решения, что и определяет необходимость введения курса «Методы оптимизации», в котором были бы определены основные классы задач оптимизации, единые подходы и методы их решения. Введение курса «Методы оптимизации» избавит от необходимости изучения одних и тех же приемов и методов оптимизации в других дисциплинах, где они используются.

Рабочая программа соответствует Государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования специальности 010501.

Цель и задачи изучения дисциплины. Цель дисциплины «Методы оптимизации» – изучение основ теории экстремальных задач и основных численных методов оптимизации. При изучении дисциплины значительное внимание уделяется алгоритмическим структурам методов оптимизации и реализации элементов алгоритмов.

Место дисциплины в профессиональной подготовке специалистов. Дисциплина «Методы оптимизации» опирается на математический анализ, функциональный анализ, линейную алгебру, ЭВМ и программирование и является неотъемлемой частью «Исследования операций» – предмета, изучающего математические модели задач принятия решений. Поэтому областью применения данного предмета являются математические модели экономических, технических, социальных и других задач принятия решений.

Структура учебной дисциплины. Предмет «Методы оптимизации» – это предмет, который изучает экстремальные (оптимизационные) задачи. Основные изучаемые проблемы – формализация оптимизационных задач, существование решений оптимизационных задач, необходимые и достаточные признаки оптимальности, численные (точные и приближенные) методы решения экстремальных задач. В круг изучаемых вопросов входят элементы выпуклого анализа, численные методы математического программирования, теория оптимального управления, динамическое программирование и основы вариационного исчисления.

Особенности изучения дисциплины. В связи с наличием на старших курсах специальных дисциплин, связанных со специализацией «Системный анализ и исследование операций» и опирающихся на дисциплину «Методы оптимизации», курс ориентирован на математические модели практических задач оптимизации. Поэтому значительное внимание в курсе уделяется формализация оптимизационных задач, линейным моделям оптимизации, условиям оптимальности и их интерпретации, численным методам решения задач оптимизации.

Форма организации занятий по методам оптимизации. По курсу читаются лекции в течение семестра по два часа в неделю. В течение курса проводятся практические занятия.

Взаимосвязь аудиторной и самостоятельной работы студента. Аудиторные занятия, лекции и практические занятия предполагают самостоятельную работу студентов по данному курсу. На лекциях предлагаются для самостоятельного изучения некоторые дополнительные темы. На практических занятиях даются домашние задания для самостоятельного решения задач и упражнений. Каждому студенту выдаются индивидуальные семестровые задания, для выполнения которых требуются элементы самостоятельной исследовательской работы.

Требования к уровню усвоения содержания методов оптимизации. Свободное владение методами оптимизации для постановки и решения практических задач. Знание теоретического материала, владение техникой решения задач оптимизации, умение математически грамотно формулировать задачу оптимизации и найти способ ее решения.

Объем и сроки изучения методов оптимизации. Курс методов оптимизации студентам очной формы обучения читается в течение семестра по два часа в неделю и проводятся практические занятия в объеме два часа в неделю. Студентам заочной формы обучения дисциплина читается на 5 году обучения в объеме 12 ч лекций и 6 ч практических.

Виды контроля знаний и их отчетности. В конце обучения по курсу проводится экзамен. В течение семестра проводятся контрольные работы по практическим занятиям, а по теоретическому курсу проводится коллоквиум. Каждый семестр студентам выдаются индивидуальные семестровые задания, для выполнения которых требуются элементы исследовательской работы.

Критерии оценки знаний студентов. Для получения положительной оценки на экзамене по курсу требуется выполнение программы практических занятий. Экзаменационный билет содержит 3 задания: два теоретических вопроса и задача. Каждый теоретический вопрос соответствует программе. Задача дается средней сложности (сравнимая с теми, которые решались на практических занятиях). Экзамен сдается устно.

Положительная оценка по экзамену выставляется, если студент правильно ответил более половины вопросов. При этом ответ на теоретический вопрос считается правильным, если правильно сформулированы необходимые понятия и факты, относящиеся к данному вопросу.

Задача считается решенной, если дано ее полное правильное поэтапное решение.

Дополнительные вопросы задаются для уточнения знаний студента по вопросам билета, и, как правило, не выходят за пределы вопросов по билету.

2. Тематический план

очная форма обучения

№	Название и содержание разделов, тем, модулей	Общий объем в час.	лекций	Практи	Лабор	Самост. работа студентов	Формы контроля
1	Введение	6	2	2	–	2	самостоятельная работа
2	Основы математического программирования	14	6	6	–	2	самостоятельная работа
3	Линейное программирование	32	10	12	–	10	контрольная работа
4	Нелинейное программирование	28	10	8	–	10	контрольная работа
5	Вариационное исчисление	10	4	4	–	2	самостоятельная работа
6	Оптимальное управление	6	2	2	–	2	самостоятельная работа
7	Динамическое программирование	6	2	2	–	2	самостоятельная работа
	Итого	102	36	36	–	30	экзамен

заочная форма обучения

№	Название и содержание разделов, тем, модулей	Общий объем в час.	лекций	Практи	Лабор	Самост. работа студентов	Формы контроля
1	Введение	14	2	–	–	12	самостоятельная работа
2	Основы математического программирования	15	2	1	–	12	самостоятельная работа
3	Линейное програм-	17	4	1	–	12	кон-

	мирование						трольная работа
4	Нелинейное программирование	15	2	1	–	12	контрольная работа
5	Вариационное исчисление	15	2	1	–	12	самостоятельная работа
6	Оптимальное управление	14	1	1	–	12	самостоятельная работа
7	Динамическое программирование	14	1	1	–	12	самостоятельная работа
	Итого	102	12	6	–	84	экзамен

3. Содержание дисциплины.

3.1. Содержание курса

1. Введение

1. Предмет и история развития методов оптимизации (МО).
2. Принципы и примеры моделирования экономических и технических проблем в форме задач оптимизации
3. Постановки экстремальных задач.

2. Основы математического программирования

1. Сведения из анализа (градиент, гессиан, локальные приближения).
2. Выпуклые множества. Проекция точки на множество.
3. Отделимость выпуклых множеств. Теоремы отделимости
4. Классы выпуклых функций и их свойства.

3. Линейное программирование

1. Основные определения. Формы задач ЛП.
2. Графическая интерпретация задачи ЛП.
3. Базисные решения, базисные допустимые решения (БДР).
4. Симплекс – метод и его модификации.
5. Двойственность.
6. Транспортная задача и метод ее решения.
7. Постановки задач целочисленного программирования (ЗЦП).
8. Точные методы решения ЗЦП (полный перебор, метод ветвей и границ).
9. Приближенные методы решения ЗЦП (локальный перебор).

4. Нелинейное программирование

1. Условия экстремума задачи безусловной минимизации.
2. Скорость сходимости последовательностей.
3. Методы спуска.
4. Теорема о скорости сходимости методов спуска.
5. Общая схема одномерной минимизации .
6. Методы решения задачи безусловной оптимизации.
7. Минимизация на простых множествах (необходимые условия I-го порядка, достаточные условия минимума I-го порядка). Основные методы (проекции градиента, условного градиента).
8. Задачи с ограничениями равенствами. Правило множителей Лагранжа (необходимые условия минимума I –го порядка). Условия минимума II- го порядка (необходимые, достаточные условия).
9. Необходимые и достаточные условия минимума для общей задачи выпуклого программирования (Теорема Куна – Таккера, теорема Куна – Таккера в терминах седловой точки).
10. Необходимые условия минимума общей задачи нелинейного программирования (Теорема Каруша – Джона, необходимые условия минимума при условиях регулярности).
11. Достаточные условия минимума общей задачи нелинейного программирования (условия I- го порядка, условия II- го порядка).
12. Методы минимизации (возможных направлений, линеаризации, Эрроу-Гурвица-Удзавы, модифицированной функции Лагранжа, штрафных функций, барьерных функций).
13. Некорректные экстремальные задачи и их регуляризация.
14. Субградиентные методы негладкой оптимизации.

5. Вариационное исчисление (ВИ)

1. Постановка задачи, примеры и основные понятия вариационного исчисления (ВИ).
2. Классические задачи ВИ.
3. Необходимые условия экстремума. Уравнение Эйлера – Лагранжа.
4. Необходимые условия экстремума в некоторых частных случаях.
5. Достаточные условия экстремума.

6. Оптимальное управление

1. Постановки задач оптимального управления.
2. Примеры задач оптимального управления.
3. Принцип максимума.
4. Методы решения задач оптимального управления.

7. Динамическое программирование

1. Постановка задачи дискретного оптимального управления.
2. Примеры задач динамического программирования.
3. Принцип оптимальности Беллмана. Основное уравнение.

4. Схема динамического программирования.

3.2 Содержание практических занятий

1. Построение оптимизационных математических моделей.
2. Основы математического программирования.
3. Постановки задач линейного программирования (ЛП).
4. Базисные решения, базисные допустимые решения (БДР).
5. Графический метод решения задачи ЛП.
6. Симплекс метод, двухфазный симплекс-метод.
7. Двойственность.
8. Метод решения транспортной задачи.
9. Методы решения ЗЦП.
10. Методы решения задачи безусловной оптимизации.
11. Решение задач без ограничений, используя условия экстремума.
12. Правило множителей Лагранжа. Признаки оптимальности общей задачи нелинейного программирования.
13. Решение задач вариационного исчисления.
14. Оптимальное управление. Принцип максимума.
15. Динамическое программирование.

3.3. Литература

1. Список основной учебной литературы

1. Ашманов, С. А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях / С. А. Ашманов, А. В. Тимохов. - 2-е изд., стереотипное. - СПб.: Лань, 2012. - 448 с. // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3799
2. Бахвалов, Н. С. Численные методы: учеб. пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельников.- 7-е изд.- М.: Бином. Лаборатория Знаний, 2011. - 636 с.
3. Крутиков, В. Н. Методы оптимизации: учеб. пособие / В. Н. Крутиков; Кемеровский гос. ун-т. – Кемерово, 2011. – 91 с.
4. Лесин, В. В. Основы методов оптимизации / В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец. - 3-е изд., испр. - СПб.: Лань, 2011. - 352 с. // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=1552

2. Список дополнительной литературы

1. Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: учеб. пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит, 2007. - 255 с.
2. Андреева, Е. А. Вариационное исчисление и методы оптимизации: учеб.

пособие / Е. А. Андреева, В. М. Цирулева. - М.: Высшая школа, 2006. - 584 с.

3. Аттетков, А. В. Методы оптимизации: учебник для вузов / А. В. Аттетков, С. В. Галкин, В. С. Зарубин. - 2-е изд., стер. - М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. - 440 с.
4. Ашманов, С. А. Линейное программирование / С. А. Ашманов. - М.: Наука, 1981. - 304 с.
5. Базара, М. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы / М. Базара, К. Шетти. - М.: Мир, 1982. - 583 с.
6. Глебов, Н. И. Методы оптимизации: учеб. пособие / Н. И. Глебов, Ю. А. Кочетов, А. В. Плясунов. - Новосибирск: Изд-во Новосибирского ун-та, 2000. - 106 с.
7. Гончаров, В. А. Методы оптимизации: учеб. пособие для вузов / В. А. Гончаров.- М.: ЮрайтВысшее образование, 2010. - 191 с.
8. Измайлов, А. Ф. Численные методы оптимизации: учеб. пособие / А. Ф. Измайлов, А. Ф. Солодов. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 300 с.
9. Карманов, В. Г. Математическое программирование: учеб. пособие / В. Г. Карманов. - 5-е изд., стер. - М.: Физматлит, 2001. - 263 с.
10. Крутиков, В. Н. Обучающиеся методы безусловной оптимизации и их применение / В. Н. Крутиков.- Томск: Изд-во Томского гос. пед. ун-та, 2008. - 263 с.
11. Лапчик, М. П. Численные методы: учебное пособие / М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер.- 5-е изд., стер.- М.: Академия, 2009. - 384 с.
12. Ларин, Р. М. Методы оптимизации. Примеры и задачи: учеб. пособие / Р. М. Ларин, А. В. Плясунов, А. В. Пяткин; Новосиб. гос. ун-т. - Новосибирск: Изд-во НГУ, 2003. - 120 с.
13. Лутманов, С. В. Курс лекций по методам оптимизации: учеб. пособие для вузов / С. В. Лутманов. - Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001. - 363 с.
14. Моисеев, Н.Н. Методы оптимизации / Н. Н. Моисеев, Ю. П. Иванилов, Е. М. Столярова. - М.: Наука: Физматлит, 1978. - 352 с.
15. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах: учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова.- 3-е изд., стер.- М.: Высшая школа, 2008. - 544 с.
16. Поляк, Б. Т. Введение в оптимизацию / Б. Т. Поляк. - 2-е изд., стер. - М.: Наука: Физматлит, 1983. - 384 с.
17. Сухарев, А. Г. Курс методов оптимизации: учебное пособие / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров.- 2-е изд. - М.: Физматлит, 2008. - 367 с.
18. Щитов, И. Н. Введение в методы оптимизации: учебное пособие для вузов / И. Н. Щитов. - М.: Высшая школа, 2008. - 206 с.

3. Список учебных пособий и методических разработок

1. **Данилов Н.Н. Игровые модели принятия решения: Учебн. пособие. – Кемерово. Изд-во КемГУ,1981**

2. **Данилов Н.Н. Задачи нелинейного программирования. Методическая разработка. – Кемерово: КемГУ, 1993.**
3. **Крутиков В.Н. Численные методы нелинейного программирования. Методическая разработка. Кемерово: КемГУ, 1994. 32с.**
4. **Крутиков В.Н. Методы оптимизации. Часть I. Методическая разработка для студентов 4 курса математического факультета дневного обучения. Кемерово: КемГУ, 1999. 50с.**
5. **Крутиков В.Н. Методы оптимизации. Часть II. Методическая разработка для студентов математического факультета. Кемерово: КемГУ, 2002. – 56с.**
6. **Крутиков В.Н., Бочарникова Н.Н., Николаева Е.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. – Учебно-методическое пособие для студентов математического факультета специальности 01.02. – прикладная математика. Кемерово: КемГУ, 2004. – 23с.**

4. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Компьютеры и математика / Новая электронная библиотека – http://www.newlibrary.ru/genre/nauka/matematika/kompyutery_i_matematika/ (дата обращения 15.01.2014)
2. Оптимизация / Российское образование (федеральный портал) – http://window.edu.ru/library?p_rubr=2.2.74.12.51 (дата обращения 15.01.2014)
3. Линейное программирование: учебники, лекции, примеры / Математическое бюро: решение задач по высшей математике – http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=mp (дата обращения 15.01.2014)

4. Формы текущего, промежуточного и рубежного контроля

Вопросы и задания для самостоятельной работы

Постройте математические модели для следующих задач:

1. Хозяйству требуется приобрести два вида азотных удобрений: А – аммиачную селитру, В – сульфат аммония . Удобрения вида А необходимо иметь не более 15 т, а удобрения вида В не более 10 т. Содержание действующего вещества для А и для В соответственно 35% и 25 %. Отпускная оптовая цена удобрения А –53 руб, В – 35 руб за тонну. Хозяйство может выделить на приобретение удобрений 600 руб. Сколько тонн каждого вида удобрений следует приобрести, чтобы общая масса действующего вещества была максимальной ?

2. В хозяйстве установили, что откорм животных выгоден только тогда, когда животные будут получать в дневном рационе не менее 10 ед. питательного вещества А, не менее 16 ед. вещества В и не менее 5 ед. вещества

С. Для откорма животных используют два вида корма. Содержание питательных веществ в 1 кг каждого вида корма, а также цена 1 кг корма (руб.) величины известные и приведены в таблице:

Питательные вещества	Корма		Дневная норма
	I	II	
A	1	2	10
B	3	2	16
C	0	3	5
ЦЕНА кормов	5	4	

Установить, какое количество корма каждого вида необходимо расходовать ежедневно, чтобы затраты на его приобретение были минимальными.

3. Для производства столов и шкафов мебельная фабрика использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в следующей таблице:

Ресурсы	Нормы затрат ресурсов на одно изделие		Общее количество ресурсов
	стол	шкаф	
Древесина ($м^3$) I вида	0,2	0,1	40
II вида	0,1	0,3	60
трудоемкость (чел-час)	1,2	1,5	371,4
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	6	8	

Определить, сколько столов и шкафов фабрике следует изготовить, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

Решите задачи линейного программирования графическим методом

$11x_1 - 3x_2 \ge 24,$ $9x_1 + 4x_2 \le 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \ge 15,$ $f = 9x_1 + 2x_2 \to \text{extr}.$	$10x_1 - x_2 \ge 57,$ $2x_1 + 3x_2 \le 53,$ $6x_1 - 7x_2 \le 15,$ $f = 5x_1 + x_2 \to \text{extr}.$
. $-4x_1 + 5x_2 \le 29,$ $3x_1 - x_2 \le 14,$ $5x_1 + 2x_2 \ge 38,$ $f = 3x_1 + 2x_2 \to \text{extr}.$	$4x_1 - x_2 \ge 6,$ $9x_1 + 8x_2 \le 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \ge 16,$ $f = x_1 + x_2 \to \text{extr}.$
. $2x_1 - x_2 \ge 4,$ $x_1 + 3x_2 \le 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \ge 20,$ $f = 4x_1 + 3x_2 \to \text{extr}$	. $-x_1 + x_2 \le 3,$ $5x_1 + 3x_2 \le 97,$ $x_1 + 7x_2 \ge 77,$ $f = 7x_1 + 2x_2 \to \text{extr}$

Решите задачи линейного программирования симплексным методом

1. $-2x_1 + x_2 - x_3 + x_5 \to \min,$
   $-2x_2 + x_4 + x_5 = -3,$

2. $-8x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 15x_4 \to \min,$
   $-x_1 + 3x_2 + x_3 + 10x_4 \le 25,$

$x_3 - 2x_4 = 2,$
$x_1 + 3x_2 - x_4 \le 5,$
$x_1 + x_2 \ge -3$
$x_j \ge 0,\ j=1,\ldots,5.$

$2x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 \le 10,$
$10x_1+2x_2 + 2x_3 - 5x_4 \le 26,$
$x_j \ge 0,\ j=1,\ldots,4.$

3. $3x_1 + 2x_2 + x_3 \to \min,$
$x_1 + 3x_2 + x_3 \ge 10$
$2x_1 + 4x_3 \ge 14,$
$2x_2 + x_3 \ge 7,$
$x_j \ge 0,\ j=1,2,3.$

4. $-2x_1 - x_2 - x_3 \to \min,$
$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16,$
$x_1 + x_2 \le 7,$
$3x_1 + 2x_3 \ge 18,$
$x_j \ge 0,\ j=1,2,3.$

Решите транспортные задачи методом потенциалов

1. $a_1 = 350,\ a_2 = 400,\ a_3 = 250,$ $b_1 = 120,\ b_2 = 110,\ b_3 = 230,\ b_4 = 170,\ b_5 = 200;$
$$C = \begin{bmatrix} 5 & 13 & 18 & 17 & 8 \\ 6 & 10 & 15 & 6 & 3 \\ 24 & 21 & 9 & 16 & 17 \end{bmatrix};$$

2. $a_1 = 250,\ a_2 = 250,\ a_3 = 200,$ $b_1 = 120,\ b_2 = 110,\ b_3 = 85,\ b_4 = 195,\ b_5 = 190;$
$$C = \begin{bmatrix} 13 & 7 & 16 & 4 & 11 \\ 20 & 9 & 6 & 10 & 9 \\ 2 & 4 & 7 & 3 & 6 \end{bmatrix};$$

3. $a_1 = 250,\ a_2 = 180,\ a_3 = 270,$ $b_1 = 160,\ b_2 = 120,\ b_3 = 100,\ b_4 = 150,\ b_5 = 170;$
$$C = \begin{bmatrix} 14 & 11 & 9 & 13 & 18 \\ 6 & 5 & 14 & 4 & 14 \\ 7 & 19 & 11 & 6 & 13 \end{bmatrix};$$

4. $a_1 = 350,\ a_2 = 300,\ a_3 = 350,$ $b_1 = 160,\ b_2 = 160,\ b_3 = 180,\ b_4 = 220,\ b_5 = 280;$
$$C = \begin{bmatrix} 6 & 11 & 10 & 14 & 18 \\ 17 & 6 & 4 & 11 & 9 \\ 12 & 8 & 19 & 10 & 13 \end{bmatrix};$$

Вопросы и задания для самопроверки

1. Привести пример строго выпуклой функции, не имеющей минимума.
2. Доказать, что, если выпуклая функция имеет две точки минимума, то значения функции в них равны.
3. Доказать, что множество минимумов выпуклой функции выпукло.
4. Доказать существование точки минимума сильно выпуклой функции.
5. Доказать, что строго выпуклая функция не может иметь двух точек минимума.
6. В чём отличие необходимого и достаточного условий минимума второго порядка.
7. Среди каких точек следует искать решение задачи ЛП.
8. Как можно осуществить переборный метод решения задачи ЛП.
9. Как осуществляется перебор вершин в симплекс-методе.

10. Дать определение невырожденной вершины.
11. Как определяется переменная для ввода в базис в симплекс методе (СМ).
12. Как определяется величина шага в СМ при вводе переменной в базис.
13. Как определяется в СМ переменная, выводимая из базиса.
14. Сделайте вывод условия оптимальности в СМ.
15. Какая простая задача определяет условия оптимальности СМ.
16. Дать описание и интерпретацию шагов СМ в таблицах.
17. Как вычисляется критерий оптимальности в ТЗ (Установить связь с критерием оптимальности симплекс метода).
18. Сколько базисных переменных в ТЗ.
19. Построить окрестность в задаче о рюкзаке для реализации метода локального поиска.
20. Построить приближенный метод решения задаче о рюкзаке.
21. Каким способом можно вычислить начальные верхние оценки в методе ветвей и границ.
22. Можно ли организовать метод ветвей и границ без предварительного вычисления верхних оценок.
23. Какую роль играют верхние и нижние оценки в методе ветвей и границ.
24. Какой метод называется релаксационным.
25. Какие ограничение следует накладывать на направление спуска.
26. Объяснить смысл ограничений, накладываемых на точность одномерной минимизации.
27. Привести пример последовательности сходящейся со скоростью геометрической прогрессии.
28. В чём состоит основная идея доказательства основной теоремы о скорости сходимости методов спуска.
29. Какие константы оценки скорости сходимости основной теоремы определяют свойства: а) направления спуска; б) свойства метода одномерного спуска; в) свойства минимизируемой функции.
30. Дать описание этапа локализации точки минимума в методе одномерного спуска.
31. Для какого класса функций обосновывается алгоритм локализации точки минимума.
32. Дать описание этапа сокращений интервала, содержащего минимума в методе одномерного спуска.
33. Для какого класса функций обосновывается этап сокращения интервала минимума.
34. Сделать оценку скорости сходимости метода скорейшего спуска.
35. Сделать оценку скорости сходимости метода Ньютона при минимизации функций со строго положительно определённой матрицей вторых производства.
36. Как используются условия экстремума задачи минимизации на простых множествах при решение задач ЛП графическим методом.

37. Дать обоснование условиям экстремума задачи минимизации на простых множествах.
38. Пояснить графически схему метода проекции градиента.
39. Пояснить графически схему метода условного градиента.
40. Чем определяется знак множителей Лагранжа функции Лагранжа в условии экстремума задачи минимизации с ограничениями равенствами.
41. Объяснить смысл необходимых условий экстремума задачи минимизации с ограничениями равенствами.
42. Объяснить смысл достаточных условий экстремума задачи минимизации с ограничениями равенствами.
43. Почему модифицированная функция Лагранжа более предпочтительна для организации так называемых двойственных методов минимизации для решения задачи минимизации с ограничениями равенствами.
44. .Объяснить, почему множители Лагранжа в задаче выпуклого программирования неотрицательны.
45. Дать понятие активных ограничений.
46. Могут ли быть нулевыми множители Лагранжа активных ограничений неравенств. Ответ обосновать.
47. Чем гарантируется единственность решения в задаче выпуклого программирования.
48. Дать понятие двойственных методов в задаче выпуклого программирования.
49. Откуда следуют условия дополняющей нежесткости в общей задаче (ОЗ) нелинейного программирования (НЛП).
50. Объясните неотрицательность множителей Лагранжа для ограничений неравенств в ОЗ НЛП.
51. Могут ли быть нулевыми множители Лагранжа в ОЗ НЛП для активных ограничений неравенств.
52. Дать краткие обоснования достаточных условий оптимальности в ОЗ НЛП.
53. Как используются уравнения Эйлера –Лагранжа в задаче вариационного исчисления (ВИ).
54. Дать определение первой и второй вариаций минимизируемого функционала в задаче ВИ.
55. Сформулировать необходимые условия экстремума в задаче ВИ.
56. Сформулировать задачу дискретного оптимального управления.
57. Дать понятие функция Беллмана и сформулировать ее свойства.
58. Дать описание метода динамического программирования для нахождения решения задачи дискретного оптимального управления.

Вопросы к экзамену

1. Примеры постановок задач оптимизации.
2. Формулировка задачи оптимизации. Задачи теории оптимизации.
3. Понятие локального, глобального экстремума.
4. Проблема существования решения (Теорема Вейерштрасса, ее следствие)

5. Градиент функции. Линейное локальное представление функции.
6. Гессиан. Локальное квадратичное представление функции.
7. Классы функций (Выпуклые, сильновыпуклые). Свойства выпуклых функций.
8. Условия экстремума в задаче безусловной оптимизации.
9. Существование и единственность решения в задаче безусловной минимизации.
10. Скорости сходимости последовательностей.
11. Методы спуска. Релаксационные процессы.
12. Условия выбора направления спуска.
13. Условия выбора шага спуска.
14. Теорема о скорости сходимости методов спуска.
15. Градиентный метод. Оценка скорости сходимости.
16. Метод Ньютона. Оценка скорости сходимости.
17. Сопряженные направления. Метод сопряженных градиентов.
18. Принципы организации методов одномерного спуска.
19. Формы задач ЛП.
20. Графическое решение задачи ЛП.
21. Базисные допустимые решения (БДР) задачи ЛП.
22. Переход от одного БДР к другому в симплекс-методе (СМ).
23. Критерий выбора выгодного столбца в СМ (обоснование).
24. Симплекс – метод решения задачи ЛП.
25. Двухэтапный симплекс-метод.
26. Двойственная задача ЛП.
27. Транспортная задача. Нахождение БДР.
28. Метод потенциалов решения транспортной задачи.
29. Постановки задач целочисленного программирования (ЗЦП).
30. Точные методы решения ЗЦП.
31. Локальные методы решения ЗЦП.
32. Условия экстремума в задаче условной минимизации на простых множествах.
33. Метод проекции градиента.
34. Метод условного градиента.
35. Условия экстремума в задачах с ограничениями равенствами.
36. Метод линеаризации.
37. Метод Эрроу-Гурвица.
38. Метод штрафных функций.
39. Необходимые условия экстремума общей задачи нелинейного программирования (НЛП).
40. Достаточные условия экстремума общей задачи НЛП.
41. Необходимые и достаточные условия экстремума в задаче выпуклого программирования.
42. Задача дискретного оптимального управления
43. Функция и уравнение Беллмана
44. Метод динамического программирования

45. Постановка задачи, примеры и основные понятия вариационного исчисления (ВИ).
46. Классические задачи вариационного исчисления
47. Необходимые условия экстремума. Уравнение Эйлера – Лагранжа.
48. Необходимые условия экстремума в некоторых частных случаях в задачах ВИ.
49. Достаточные условия экстремума в задачах ВИ.

Вопросы к коллоквиуму.

1. Примеры постановок задач оптимизации.
2. Формулировка задачи оптимизации. Задачи теории оптимизации.
3. Понятие локального, глобального экстремума.
4. Проблема существования решения (Теорема Вейерштрасса, ее следствие)
5. Градиент функции. Линейное локальное представление функции.
6. Гессиан. Локальное квадратичное представление функции.
7. Классы функций (Выпуклые, сильновыпуклые). Свойства выпуклых функций.
8. Условия экстремума в задаче безусловной оптимизации.
9. Существование и единственность решения в задаче безусловной минимизации.
10. Формы задач ЛП.
11. Графическое решение задачи ЛП.
12. Базисные допустимые решения (БДР) задачи ЛП.
13. Переход от одного БДР к другому в симплекс-методе (СМ) (обоснование).
14. Критерий выбора выгодного столбца в СМ (обоснование).
15. Симплекс – метод решения задачи ЛП (Теория).
16. Двухэтапный симплекс-метод.
17. Двойственная задача ЛП.
18. Транспортная задача. Нахождение БДР.
19. Метод потенциалов решения транспортной задачи.
20. Постановки задач целочисленного программирования (ЗЦП).
21. Точные методы решения ЗЦП.
22. Локальные методы решения ЗЦП.
23. Примеры постановок задач оптимизации.
24. Формулировка задачи оптимизации. Задачи теории оптимизации.
25. Понятие локального, глобального экстремума.
26. Проблема существования решения (Теорема Вейерштрасса, ее следствие)
27. Градиент функции. Линейное локальное представление функции.
28. Гессиан. Локальное квадратичное представление функции.
29. Классы функций (Выпуклые, сильновыпуклые). Свойства выпуклых функций.
30. Условия экстремума в задаче безусловной оптимизации.
31. Существование и единственность решения в задаче безусловной минимизации.
32. Формы задач ЛП.

33. Графическое решение задачи ЛП.
34. Базисные допустимые решения (БДР) задачи ЛП.
35. Переход от одного БДР к другому в симплекс-методе (СМ) (обоснование).
36. Критерий выбора выгодного столбца в СМ (обоснование).
37. Симплекс – метод решения задачи ЛП (Теория).
38. Двухэтапный симплекс-метод.
39. Двойственная задача ЛП.
40. Транспортная задача. Нахождение БДР.
41. Метод потенциалов решения транспортной задачи.
42. Постановки задач целочисленного программирования (ЗЦП).
43. Точные методы решения ЗЦП.
44. Локальные методы решения ЗЦП.
45. Формы задач ЛП.
46. Графическое решение задачи ЛП.
47. Базисные допустимые решения (БДР) задачи ЛП.
48. Переход от одного БДР к другому в симплекс-методе (СМ) (обоснование).
49. Критерий выбора выгодного столбца в СМ (обоснование).
50. Симплекс – метод решения задачи ЛП (Теория).
51. Двухэтапный симплекс-метод.
52. Двойственная задача ЛП.
53. Транспортная задача. Нахождение БДР.
54. Метод потенциалов решения транспортной задачи.
55. Постановки задач целочисленного программирования (ЗЦП).
56. Точные методы решения ЗЦП.
57. Локальные методы решения ЗЦП.
58. Переход от одного БДР к другому в симплекс-методе (СМ) (обоснование).
59. Критерий выбора выгодного столбца в СМ (обоснование).
60. Симплекс – метод решения задачи ЛП (Теория).

Примерные задания для контрольных работ

1. Решить задачу линейного программирования двухфазным симплекс - методом

1.1. c = (5, -1, 1, 0, 0)
b = (5, 4, 11)

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 2 & -1 & 3 & 0 & 0\\ 0 & 5 & 6 & 1 & 0\end{pmatrix}$$

1.2. c = (6, 1, -1, -2, 0)
b = (4, 1, 9)

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 6 & 1\\ 3 & -1 & -1 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 5 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

1.3. c = (0, 6, 1, -1, 0)
b = (6, 6, 6)

$$A=\begin{pmatrix}3 & -1 & 1 & 6 & 1\\ 1 & 0 & 5 & 1 & -7\\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

1.4. c = (7, 1, 1, -1, 0)
b = (5, 3, 2)

$$A=\begin{pmatrix}5 & 1 & 1 & 3 & 1\\ 0 & -2 & 4 & 1 & 1\\ 1 & -3 & 5 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

1.5. c = (8, 1, -3, 0, 0)
b = (4, 3, 6)

1.6. c = (0, 1, -3, -1, -1)
b = (2, 8, 5)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -3 & 5 \\ 3 & 0 & -1 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

1.7. c = (1, -2, -1, -1, 0)
b = (2, 7, 2)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

1.9. c = (-8, -1, -1, 1, 0)
b = (5, 9, 3)

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 6 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

1.11 c = (0, 2, 0, 1, -3)
b = (6, 1, 24)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 3 \\ 8 & 4 & 12 & 4 & 12 \end{pmatrix}$$

1.13. c = (6, 0, -1, 1, 2)
b = (8, 2, 2)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.15. c = (5, 3, 2, -1, 1)
b = (12, 16, 3)

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.17. c = (6, -1, 2, -1, 1)
b = (2, 11, 6)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.19. c = (1, 7, 2, 1, -1)
b = (20, 12, 6)

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.21. c = (6, 1, 0, 1, 2)
b = (2, 18, 2)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

1.8. c = (0, 1, -6, 1, -3)
b = (9, 14, 3)

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 7 & 8 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1.10. c = (-1, 3, -1, 1, 0)
b = (4, 4, 15)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 6 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

1.12 c = (10, 5, -25, 5, 0)
b = (32, 1, 15)

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 16 & 8 & 8 & 24 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1.14. c = (-5, -1, 3, -1, 0)
b = (7, 7, 12)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

1.16. c = (7, 0, 1, -1, 1)
b = (1, 12, 14)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.18. c = (0, 0, 3, -2, -1)
b = (5, 7, 2)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & -1 & 6 \\ 1 & 0 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

1.20 c = (2, 0, 1, -1, 1)
b = (2, 14, 1)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.22 c = (0, 3, 1, -1, 1)
b = (2, 2, 6)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1.23. c = (3, 0, 1, -2, 1)
b = (6, 2, 2)

$$A=\begin{pmatrix}2&2&1&1&1\\2&-1&0&1&0\\1&1&0&0&1\end{pmatrix}$$

1.24 c = (0, 5, 1, -1, 1)
b = (2, 2, 10)

$$A=\begin{pmatrix}-1&1&1&0&0\\1&-2&0&1&0\\2&1&1&1&2\end{pmatrix}$$

1.25 c = (1, 5, 2, -1, 1)
b = (12, 1, 3)

$$A=\begin{pmatrix}3&4&1&1&0\\-1&1&0&0&0\\3&2&1&1&1\end{pmatrix}$$

1.26 c = (5, 0, 1, -1, 1)
b = (1, 3, 12)

$$A=\begin{pmatrix}1&-1&1&0&0\\-3&1&0&1&0\\2&2&1&1&2\end{pmatrix}$$

1.27 c = (7, 0, 2, -1, 1)
b = (2, 3, 11)

$$A=\begin{pmatrix}-1&1&1&0&0\\3&-1&0&1&0\\5&2&1&1&1\end{pmatrix}$$

1.28. c = (1, -4, 1, 1, 1)
b = (28, 2, 12)

$$A=\begin{pmatrix}5&5&1&2&1\\-1&2&0&1&0\\3&4&0&0&1\end{pmatrix}$$

1.29. c = (0, 8, 2, 1, -1)
b = (2, 20, 6)

$$A=\begin{pmatrix}-1&2&1&0&0\\6&3&1&1&0\\3&-2&0&0&1\end{pmatrix}$$

1.30. c = (0, -2, 1, -1, 1)
b = (14, 10, 1)

$$A=\begin{pmatrix}3&5&1&1&2\\2&5&0&1&0\\1&-1&0&0&1\end{pmatrix}$$

1.31. c = (7, 2, 0, 1, 2)
b = (2, 12, 18)

$$A=\begin{pmatrix}-1&2&1&0&0\\3&4&0&1&0\\2&6&2&1&1\end{pmatrix}$$

1.32. c = (1, 3, 1, -1, 1)
b = (2, 6, 1)

$$A=\begin{pmatrix}-1&2&1&0&0\\2&1&1&1&2\\1&-1&0&0&1\end{pmatrix}$$

1.33. c = (5, 1, -1, 1, 2)
b = (2, 8, 2)

$$A=\begin{pmatrix}-1&2&1&0&0\\4&1&1&2&1\\1&1&0&0&1\end{pmatrix}$$

1.34. c = (1, 2, 1, -1, 1)
b = (11, 2, 3)

$$A=\begin{pmatrix}1&1&2&2&1\\1&-2&0&1&0\\1&1&0&0&1\end{pmatrix}$$

1.35. c = (10, 5, 2, -1, 1)
b = (17, 1, 3)

$$A=\begin{pmatrix}2&3&1&2&1\\-1&1&0&1&0\\1&-3&0&0&1\end{pmatrix}$$

1.36. c = (2, -1, -3, 1, 1)
b = (6, 16, 7)

$$A=\begin{pmatrix}1&0&2&1&3\\2&2&4&8&4\\1&0&-1&7&1\end{pmatrix}$$

1.37. c = (4, -1, 1, 2, -1)
b = (2, 13, 16)

$$A=\begin{pmatrix}-1&1&1&0&0\\4&3&2&1&1\\3&2&0&0&1\end{pmatrix}$$

1.38. c = (2, 2, 1, 2, -1)
b = (12, 2, 26)

$$A=\begin{pmatrix}4&-3&1&0&0\\-1&2&0&1&0\\6&3&1&1&1\end{pmatrix}$$

1.39. c = (5, 2, -1, 1, 1)
b = (26, 12, 6)

1.40. c = (1, 11, 1, 2, -1)
b = (13, 10, 1)

$$A=\begin{pmatrix}9 & 1 & 1 & 1 & 2\\ 4 & 3 & 0 & 1 & 0\\ 3 & -2 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$A=\begin{pmatrix}2 & 6 & 1 & 1 & 1\\ 2 & 5 & 0 & 1 & 0\\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

2. Найти решение транспортной задачи

2.1. a = (4, 6, 10, 10)

b = (7, 7, 7, 7, 2)

$$c=\begin{pmatrix}16 & 30 & 17 & 10 & 16\\ 30 & 27 & 26 & 9 & 23\\ 13 & 4 & 22 & 3 & 1\\ 3 & 1 & 5 & 4 & 24\end{pmatrix}$$

2.2. a = (20, 20, 20, 20)

b = (19, 19, 19, 19, 4)

$$c=\begin{pmatrix}15 & 1 & 22 & 19 & 1\\ 21 & 18 & 11 & 4 & 3\\ 26 & 29 & 23 & 26 & 24\\ 21 & 10 & 3 & 19 & 27\end{pmatrix}$$

2.3. a = (15, 15, 15, 15)

b = (11, 11, 11, 11, 16)

$$c=\begin{pmatrix}17 & 20 & 29 & 26 & 25\\ 3 & 4 & 5 & 15 & 24\\ 19 & 2 & 22 & 4 & 13\\ 20 & 27 & 1 & 17 & 19\end{pmatrix}$$

2.4. a = (13, 17, 17, 13)

b = (12, 12, 12, 12, 12)

$$c=\begin{pmatrix}20 & 26 & 24 & 26 & 29\\ 15 & 20 & 29 & 26 & 23\\ 4 & 10 & 27 & 30 & 7\\ 9 & 16 & 29 & 20 & 3\end{pmatrix}$$

2.5. a = (18, 12, 17, 13)

b = (8, 8, 8, 8, 28)

$$c=\begin{pmatrix}21 & 22 & 2 & 13 & 7\\ 27 & 10 & 4 & 24 & 9\\ 3 & 16 & 25 & 5 & 4\\ 28 & 11 & 17 & 10 & 29\end{pmatrix}$$

2.6. a = (15, 15, 19, 11)

b = (9, 24, 9, 9, 9)

$$c=\begin{pmatrix}10 & 17 & 9 & 20 & 30\\ 13 & 4 & 24 & 26 & 26\\ 22 & 24 & 30 & 27 & 29\\ 25 & 12 & 11 & 24 & 23\end{pmatrix}$$

2.7. a = (21, 19, 15, 25)

b = (15, 15, 15, 15, 20)

$$c=\begin{pmatrix}30 & 24 & 11 & 12 & 25\\ 26 & 4 & 29 & 20 & 24\\ 27 & 14 & 14 & 10 & 18\\ 6 & 14 & 28 & 8 & 2\end{pmatrix}$$

2.8. a = (9, 11, 14, 16)

b = (8, 9, 13, 8, 12)

$$c=\begin{pmatrix}5 & 15 & 3 & 6 & 10\\ 23 & 8 & 13 & 27 & 12\\ 30 & 1 & 5 & 24 & 25\\ 8 & 26 & 7 & 28 & 9\end{pmatrix}$$

2.9. a = (22, 13, 17, 18)

b = (7, 7, 7, 7, 42)

2.10. a = (16, 15, 14, 15)

b = (6, 6, 13, 20, 15)

$$c = \begin{pmatrix} 9 & 17 & 29 & 28 & 8 \\ 13 & 21 & 27 & 16 & 29 \\ 20 & 30 & 24 & 7 & 26 \\ 11 & 19 & 30 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$c = \begin{pmatrix} 30 & 2 & 5 & 6 & 15 \\ 5 & 29 & 9 & 5 & 7 \\ 16 & 24 & 14 & 6 & 26 \\ 13 & 28 & 4 & 25 & 8 \end{pmatrix}$$

2.11. a = (17, 14, 21, 43)

b = (19, 22, 23, 17, 14)

$$c = \begin{pmatrix} 12 & 11 & 25 & 17 & 21 \\ 22 & 18 & 14 & 8 & 1 \\ 9 & 13 & 2 & 28 & 15 \\ 26 & 21 & 3 & 4 & 27 \end{pmatrix}$$

2.12. a = (28, 13, 15, 30)

b = (27, 16, 25, 11, 7)

$$c = \begin{pmatrix} 2 & 24 & 4 & 2 & 3 \\ 20 & 10 & 15 & 27 & 7 \\ 15 & 15 & 12 & 25 & 19 \\ 2 & 6 & 3 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

2.13. a = (9, 18, 23, 26)

b = (11, 22, 31, 6, 6)

$$c = \begin{pmatrix} 15 & 6 & 25 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 20 & 27 & 30 \\ 16 & 7 & 19 & 10 & 21 \\ 1 & 29 & 23 & 25 & 18 \end{pmatrix}$$

2.14. a = (24, 14, 19, 17)

b = (22, 9, 12, 13, 18)

$$c = \begin{pmatrix} 22 & 24 & 25 & 23 & 29 \\ 1 & 21 & 10 & 7 & 19 \\ 2 & 26 & 18 & 30 & 27 \\ 22 & 10 & 29 & 26 & 23 \end{pmatrix}$$

2.15. a = (12, 17, 18, 13)

b = (10, 8, 12, 14, 16)

$$c = \begin{pmatrix} 6 & 11 & 20 & 17 & 8 \\ 1 & 25 & 3 & 18 & 17 \\ 9 & 39 & 16 & 30 & 31 \\ 23 & 15 & 4 & 3 & 28 \end{pmatrix}$$

2.16. a = (17, 19, 11, 13)

b = (5, 15, 11, 9, 20)

$$c = \begin{pmatrix} 7 & 10 & 16 & 27 & 19 \\ 30 & 18 & 8 & 29 & 15 \\ 3 & 18 & 28 & 19 & 18 \\ 9 & 12 & 2 & 25 & 21 \end{pmatrix}$$

2.17. a = (21, 21, 23, 23)

b = (22, 22, 22, 11, 11)

$$c = \begin{pmatrix} 4 & 21 & 12 & 8 & 1 \\ 20 & 8 & 25 & 15 & 23 \\ 17 & 1 & 11 & 5 & 3 \\ 23 & 10 & 24 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

2.18. a = (24, 15, 16, 24)

b = (12, 13, 14, 31, 9)

$$c = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 24 & 10 & 25 \\ 30 & 2 & 22 & 16 & 7 \\ 30 & 24 & 27 & 29 & 10 \\ 15 & 17 & 21 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

2.19. a = (24, 12, 18, 16)

b = (11, 13, 26, 10, 10)

2.20. a = (16, 12, 14, 18)

b = (7, 8, 4, 11, 30)

$$c=\begin{pmatrix}21 & 19 & 11 & 12 & 12\\ 26 & 29 & 14 & 1 & 26\\ 39 & 1 & 22 & 8 & 25\\ 53 & 23 & 40 & 26 & 28\end{pmatrix}$$

2.21. a = (33, 25, 25, 17)

b = (33, 11, 11, 11, 34)

$$c=\begin{pmatrix}14 & 25 & 18 & 19 & 23\\ 2 & 17 & 16 & 24 & 2\\ 29 & 3 & 7 & 15 & 22\\ 5 & 20 & 17 & 23 & 10\end{pmatrix}$$

2.23. a = (33, 33, 33, 11)

b = (22, 22, 22, 22, 22)

$$c=\begin{pmatrix}30 & 20 & 27 & 15 & 26\\ 25 & 6 & 28 & 20 & 5\\ 19 & 24 & 11 & 29 & 23\\ 1 & 4 & 6 & 6 & 8\end{pmatrix}$$

2.25. a = (33, 18, 32, 17)

b = (20, 20, 20, 20, 20)

$$c=\begin{pmatrix}29 & 53 & 39 & 29 & 22\\ 15 & 33 & 16 & 3 & 3\\ 16 & 27 & 16 & 3 & 5\\ 35 & 50 & 39 & 20 & 23\end{pmatrix}$$

2.27. a = (24, 27, 16, 13)

b = (16, 16, 16, 16, 16)

$$c=\begin{pmatrix}28 & 26 & 12 & 22 & 11\\ 20 & 23 & 25 & 22 & 9\\ 23 & 15 & 11 & 22 & 7\\ 1 & 26 & 10 & 11 & 19\end{pmatrix}$$

2.29. a = (15, 25, 5, 15)

b = (7, 8, 13, 12, 20)

$$c=\begin{pmatrix}25 & 28 & 20 & 15 & 7\\ 27 & 5 & 11 & 23 & 10\\ 1 & 25 & 14 & 16 & 16\\ 8 & 6 & 4 & 16 & 18\end{pmatrix}$$

2.22. a = (18, 23, 17, 22)

b = (21, 21, 9, 9, 20)

$$c=\begin{pmatrix}8 & 1 & 19 & 1 & 15\\ 8 & 27 & 30 & 7 & 7\\ 10 & 20 & 19 & 26 & 20\\ 18 & 28 & 25 & 7 & 22\end{pmatrix}$$

2.24. a = (16, 15, 24, 15)

b = (15, 15, 15, 15, 10)

$$c=\begin{pmatrix}11 & 10 & 15 & 8 & 7\\ 12 & 14 & 29 & 20 & 20\\ 18 & 7 & 5 & 25 & 28\\ 24 & 4 & 30 & 24 & 26\end{pmatrix}$$

2.26. a = (13, 27, 16, 14)

b = (14, 14, 14, 14, 14)

$$c=\begin{pmatrix}12 & 6 & 29 & 19 & 21\\ 14 & 3 & 30 & 10 & 10\\ 15 & 27 & 28 & 11 & 24\\ 1 & 23 & 25 & 15 & 13\end{pmatrix}$$

2.28. a = (14, 14, 14, 18)

b = (12, 12, 12, 12, 12)

$$c=\begin{pmatrix}29 & 4 & 7 & 6 & 16\\ 21 & 13 & 25 & 21 & 7\\ 20 & 10 & 12 & 6 & 2\\ 17 & 7 & 4 & 6 & 19\end{pmatrix}$$

2.30. a = (32, 8, 13, 27)

b = (15, 15, 15, 15, 20)

$$c = \begin{pmatrix} 20 & 5 & 27 & 10 & 26 \\ 7 & 17 & 18 & 21 & 28 \\ 27 & 21 & 9 & 23 & 26 \\ 1 & 13 & 17 & 23 & 7 \end{pmatrix}$$

$$c = \begin{pmatrix} 17 & 29 & 2 & 8 & 18 \\ 14 & 8 & 25 & 15 & 21 \\ 29 & 11 & 15 & 13 & 20 \\ 27 & 15 & 19 & 8 & 14 \end{pmatrix}$$

2.31. a = (18, 14, 16, 12)

b = (8, 11, 11, 9, 21)

$$c = \begin{pmatrix} 14 & 5 & 27 & 29 & 23 \\ 17 & 7 & 16 & 19 & 2 \\ 20 & 12 & 15 & 29 & 5 \\ 14 & 24 & 18 & 7 & 13 \end{pmatrix}$$

2.32. a = (24, 8, 12, 16)

b = (11, 11, 11, 11, 16)

$$c = \begin{pmatrix} 30 & 17 & 26 & 14 & 3 \\ 18 & 14 & 27 & 6 & 20 \\ 8 & 24 & 17 & 17 & 26 \\ 1 & 18 & 21 & 16 & 12 \end{pmatrix}$$

2.33. a = (34, 18, 6, 12)

b = (10, 10, 10, 10, 30)

$$c = \begin{pmatrix} 17 & 10 & 7 & 5 & 13 \\ 12 & 28 & 25 & 9 & 10 \\ 14 & 15 & 18 & 9 & 28 \\ 25 & 16 & 21 & 12 & 8 \end{pmatrix}$$

2.34. a = (17, 17, 16, 10)

b = (9, 9, 9, 9, 24)

$$c = \begin{pmatrix} 19 & 9 & 14 & 17 & 9 \\ 4 & 21 & 27 & 8 & 29 \\ 22 & 30 & 4 & 1 & 24 \\ 10 & 22 & 8 & 5 & 27 \end{pmatrix}$$

2.35. a = (38, 13, 9, 20)

b = (13, 13, 13, 13, 28)

$$c = \begin{pmatrix} 25 & 16 & 26 & 43 & 23 \\ 30 & 23 & 28 & 48 & 27 \\ 37 & 23 & 25 & 49 & 28 \\ 22 & 1 & 4 & 25 & 10 \end{pmatrix}$$

2.36. a = (23, 23, 23, 23)

b = (22, 22, 22, 22, 4)

$$c = \begin{pmatrix} 12 & 21 & 19 & 29 & 4 \\ 27 & 13 & 22 & 19 & 4 \\ 20 & 27 & 18 & 2 & 23 \\ 30 & 12 & 3 & 20 & 24 \end{pmatrix}$$

2.37. a = (14, 14, 12, 16)

b = (11, 11, 11, 8, 15)

$$c = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 14 & 28 & 1 \\ 16 & 7 & 30 & 8 & 29 \\ 1 & 21 & 22 & 19 & 12 \\ 8 & 25 & 28 & 5 & 19 \end{pmatrix}$$

2.38. a = (25, 25, 15, 15)

b = (16, 16, 16, 16, 16)

$$c = \begin{pmatrix} 17 & 16 & 15 & 29 & 9 \\ 6 & 27 & 20 & 25 & 20 \\ 6 & 15 & 12 & 8 & 14 \\ 10 & 24 & 23 & 5 & 22 \end{pmatrix}$$

2.39. a = (33, 31, 33, 33)

b = (25, 25, 25, 25, 30)

2.40. a = (34, 35, 21, 10)

b = (20, 20, 15, 15, 30)

$$c = \begin{pmatrix} 24 & 19 & 5 & 9 & 23 \\ 15 & 16 & 3 & 13 & 6 \\ 7 & 5 & 24 & 11 & 23 \\ 4 & 28 & 29 & 21 & 20 \end{pmatrix}$$

$$c = \begin{pmatrix} 24 & 23 & 6 & 29 & 3 \\ 20 & 8 & 13 & 2 & 27 \\ 30 & 17 & 10 & 23 & 28 \\ 4 & 7 & 23 & 27 & 26 \end{pmatrix}$$

3. Решить задачу максимизации функции f(x) методом множителей Лагранжа

3.1. $f(x) = 3x_1 - 2x_2 - 1/2\,x_1^2 - x_2^2 + x_1 x_2$

$2x_1 + x_2 \le 2,$

$x_1 + 2x_2 \le 2,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.2. $f(x) = 3x_1 - 2x_2 - 1/2\,x_1^2 - x_2^2 + x_1 x_2$

$x_1 \le 3,$

$x_2 = 6,$

$x_1 \ge 0.$

3.3. $f(x) = -4x_1 + 8x_2 - x_1^2 - 3/2\,x_2^2 + 2x_1 x_2$

$x_1 + x_2 \le 3,$

$x_1 - x_2 \le 1,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.4. $f(x) = -4x_1 + 8x_2 - x_1^2 - 3/2\,x_2^2 + 2x_1 x_2$

$-x_1 + x_2 \le 1,$

$x_1 \le 4,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.5. $f(x) = -4x_1 + 8x_2 - x_1^2 - 3/2\,x_2^2 + 2x_1 x_2$

$3x_1 + 5x_2 \le 15,$

$x_1 - x_2 \le 1,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.6. $f(x) = 3x_1 - 2x_2 - 1/2\,x_1^2 - x_2^2 + x_1 x_2$

$-x_1 + 2x_2 \le 2,$

$2x_1 - x_2 \le 2,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.7. $f(x) = -x_1 + 6x_2 - x_1^2 - 3x_2^2 + 3x_1 x_2$

$4x_1 + 3x_2 \le 12,$

$-x_1 + x_2 \le 1,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.8. $f(x) = -x_1 + 6x_2 - x_1^2 - 3x_2^2 + 3x_1 x_2$

$x_1 + x_2 \le 3,$

$-2x_1 + x_2 \le 2,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.9. $f(x) = -x_1 + 6x_2 - x_1^2 - 3x_2^2 + 3x_1 x_2$

$x_1 - x_2 \le 0,$

$x_2 \le 5,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.10. $f(x) = 6x_2 - x_1^2 - 3/2\,x_2^2 + 2x_1 x_2$

$3x_1 + 4x_2 \le 12,$

$-x_1 + x_2 \le 2,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.11. $f(x) = 6x_2 - x_1^2 - 3/2\,x_2^2 + 2x_1 x_2$

$-x_1 + 2x_2 \le 2,$

$x_1 \le 4,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.12. $f(x) = 6x_2 - x_1^2 - 3/2\,x_2^2 + 2x_1 x_2$

$3x_1 + 4x_2 \le 12,$

$-x_1 - 2x_2 \le -2,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.13. $f(x) = 8x_1 + 12x_2 - x_1^2 - 3/2\,x_2^2$

$-2x_1 - x_2 \le -4,$

$2x_1 + 5x_2 \le 10,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.14. $f(x) = 8x_1 + 12x_2 - x_1^2 - 3/2\,x_2^2$

$-x_1 + 2x_2 \le 2,$

$x_1 \le 6,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.15. $f(x) = 8x_1 + 12x_2 - x_1^2 - 3/2\,x_2^2$

$-3x_1 + 2x_2 \le 0,$

$4x_1 + 3x_2 \le 12,$

3.16. $f(x) = 3x_1 - 2x_2 - 1/2\,x_1^2 - x_2^2 + x_1 x_2$

$-2x_1 - x_2 \le -2,$

$2x_1 + 3x_2 \le 0,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.17. $f(x) = 6x_1 + 4x_2 - x_1^2 - 1/2\, x_2^2 - x_1 x_2$

$x_1 + 2x_2 \leq 2,$

$-2x_1 + x_2 \leq 0,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.19. $f(x) = 6x_1 + 4x_2 - x_1^2 - 1/2\, x_2^2 - x_1 x_2$

$3x_1 + 2x_2 \leq 6,$

$-3x_1 - x_2 \leq -3,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.21. $f(x) = 8x_1 + 6x_2 - 2x_1^2 - x_2^2$

$-x_1 + x_2 \leq 1,$

$x_1 \leq 3,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.23. $f(x) = 2x_1 + 2x_2 - x_1^2 - 2x_2^2 + 2x_1 x_2$

$4x_1 + 3x_2 \leq 12,$

$x_2 \leq 3,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.25. $f(x) = 2x_1 + 2x_2 - x_1^2 - 2x_2^2 + 2x_1 x_2$

$2x_1 - x_2 \leq 2,$

$x_2 \leq 4,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.27. $f(x) = 4x_1 + 4x_2 - 3x_1^2 - x_2^2 + 2x_1 x_2$

$3x_1 + 6x_2 \leq 18,$

$x_1 - 4x_2 \leq 4,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.29. $f(x) = 12x_1 + 4x_2 - 3x_1^2 - x_2^2$

$x_1 + x_2 \leq 6,$

$-1/2\, x_1 + 1/2\, x_2 \leq -1,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.31. $f(x) = 18x_1 + 12x_2 - 2x_1^2 - x_2^2 - 2x_1 x_2$

$x_1 + x_2 \leq 4,$

$x_1 + 1/2\, x_2 \geq 1,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.33. $f(x) = 11x_1 + 8x_2 - 2x_1^2 - x_2^2 - x_1 x_2$

$x_1 - x_2 \leq 0,$

$3x_1 - 4x_2 \leq 12,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.18. $f(x) = 6x_1 + 4x_2 - x_1^2 - 1/2\, x_2^2 - x_1 x_2$

$2x_1 + x_2 \leq 2,$

$x_2 \leq 1,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.20. $f(x) = 8x_1 + 6x_2 - 2x_1^2 - x_2^2$

$-x_1 + x_2 \leq 1,$

$3x_1 + 2x_2 \leq 6,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.22. $f(x) = 8x_1 + 6x_2 - 2x_1^2 - x_2^2$

$-x_1 + x_2 \leq 2,$

$3x_1 + 4x_2 \leq 12,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.24. $f(x) = 2x_1 + 2x_2 - x_1^2 - 2x_2^2 + 2x_1 x_2$

$2x_1 + x_2 \leq 4,$

$-x_1 + x_2 \leq 2,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.26. $f(x) = 4x_1 + 4x_2 - 3x_1^2 - x_2^2 + 2x_1 x_2$

$4x_1 + 5x_2 \leq 20,$

$x_1 \leq 4,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.28. $f(x) = 4x_1 + 4x_2 - 3x_1^2 - x_2^2 + 2x_1 x_2$

$3x_1 + 4x_2 \leq 12,$

$x_1 - 2x_2 \leq 2,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.30. $f(x) = 11/2\, x_1 - 1/6\, x_2 - x_1^2 - 2/3\, x_2^2 + 1/2\, x_1 x_2$

$2x_1 - x_2 \leq 2,$

$-x_1 + 2x_2 \leq 2,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.32. $f(x) = -6x_1 + 16x_2 - 1/2\, x_1^2 - 5/2\, x_2^2 + 2x_1 x_2$

$5x_1 + 2x_2 \leq 10,$

$3x_1 + 2x_2 \geq 6,$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

3.34. $f(x) = 8x_2 - 4x_1^2 - 2x_2^2 + 4x_1 x_2$

$x_1 \leq 4,$

$x_2 \leq 3,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.35. $f(x) = 18x_1 + 20x_2 - x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_1 x_2$

$x_1 + x_2 \le 5,$

$x_1 \ge 2,$

$x_2 \ge 0.$

3.36. $f(x) = 12x_1 - 2x_2 - 3/2\,x_1^2 - 1/2\,x_2^2 + x_1 x_2$

$x_1 + 3x_2 \le 6,$

$4x_1 + 3x_2 \ge 12,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.37. $f(x) = 26x_1 + 20x_2 - 3x_1^2 - 2x_2^2 - 4x_1 x_2$

$2x_1 + x_2 \le 4,$

$x_2 \le 2,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.38. $f(x) = 10x_1 - 8x_2 - x_1^2 - 2x_2^2 + 2x_1 x_2$

$-x_1 + x_2 \le -2,$

$x_1 \le 5,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.39. $f(x) = 13/2\,x_1 + 5x_2 - 2x_1^2 - x_2^2 + 1/2\,x_1 x_2$

$x_1 + x_2 \le 3,$

$x_1 - x_2 \le 1,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

3.40. $f(x) = 9/2\,x_1 + 27/2\,x_2 - 1/2\,x_1^2 - 2x_2^2 - 1/2\,x_1 x_2$

$x_1 + x_2 \le 4,$

$x_1 + x_2 \ge 2,$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

4.Определить экстремали в простейшей задаче вариационного исчисления

4.1. $J(y) = \int_0^1 (y'^2(x) + y(x) + 12xy(x))dx; \quad y(0) = y(1) = 0;$

4.2. $J(y) = \int_0^1 (e^{y(x)} + xy'(x))dx; \quad y(0) = 0;\ y(1) = 1;$

4.3. $J(y) = \int_0^\pi (4y(x)\cos(x) + y'^2(x) - y^2(x))dx; \quad y(0) = y(\pi) = 0;$

4.4. $J(y) = \int_0^1 (e^{y(x)+x} - y(x) - \sin(x))dx; \quad y(0) = 0;\ y(1) = -1;$

4.5. $J(y) = \int_0^1 (y'^2(x))dx; \quad y(0) = 0;\ y(1) = 1;$

4.6. $J(y) = \int_{-1}^1 (xy'(x) + y'^2(x))dx; \quad y(-1) = 1;\ y(1) = 0;$

4.7. $J(y) = \int_0^1 (y(x) - y'^2(x))dx; \quad y(0) = y(1) = 0;$

4.8. $J(y) = \int_0^1 (y'^2(x) + y'(x) + 2xy(x))dx; \ y(0) = y(1) = 1;$

4.9. $J(y) = \int_0^1 (y(x)e^{y(x)} + xy'(x))dx; \ y(0) = y(1) = 1;$

4.10. $J(y) = \int_0^\pi (\cos(x) + y'^2(x) - y(x))dx; \ y(0) = y(\pi) = 0;$

4.11. $J(y) = \int_0^3 (y'^2(x) + y(x) + 6y(x))dx; \quad y(0) = y(3) = 0;$

4.12. $J(y) = \int\limits_0^1 (e^x + xy'(x))dx;$ $y(0) = y(1) = 2;$

4.13. $J(y) = \int\limits_0^{\pi} (4y(x)\sin(x) + y'^2(x) - y^2(x))dx;$ $y(0) = y(\pi) = 0;$

4.14. $J(y) = \int\limits_0^1 (e^{y(x)+x} - y'(x)y(x) - \sin(x))dx;$ $y(0) = 0; y(1) = 8;$

4.15. $J(y) = \int\limits_0^1 (y'^2(x) + 6y(x))dx;$ $y(0) = 0; y(1) = 1;$

4.16. $J(y) = \int\limits_{-1}^1 (xy'(x) + y'^2(x) + 2y(x))dx;$ $y(-1) = -1; y(1) = 1;$

4.17. $J(y) = \int\limits_0^1 (e^x + y(x) - y'^2(x))dx;$ $y(0) = y(1) = 0;$

4.18. $J(y) = \int\limits_{-2}^2 (y'^2(x) + y'(x) + 2y(x))dx;$ $y(-2) = -4, y(2) = 4;$

4.19. $J(y) = \int\limits_0^5 (xe^{y(x)} + xy'(x))dx;$ $y(0) = y(5) = 10;$

4.20. $J(y) = \int\limits_0^{\pi} (\sin(x) + y'^2(x) - y(x))dx;$ $y(0) = y(\pi) = 0;$

4.21. $J(y) = \int\limits_0^3 (y'(x) + 10xy(x))dx;$ $y(0) = y(3) = 0;$

4.22. $J(y) = \int\limits_{-1}^1 (y^2(x)e^{y(x)} + y'(x))dx;$ $y(-1) = -1; y(1) = 1;$

4.23. $J(y) = \int\limits_{-\pi}^{\pi} (3\cos(x) + y'^2(x) - y^2(x))dx;$ $y(-\pi) = y(\pi) = 0;$

4.24. $J(y) = \int\limits_0^5 (y'(x)e^{y(x)} - y(x) - \cos(x))dx;$ $y(0) = 0; y(5) = -5;$

4.25. $J(y) = \int\limits_0^1 (y'^2(x) + y(x) + \cos(x))dx;$ $y(0) = 0; y(1) = 1;$

4.26. $J(y) = \int\limits_{-2}^2 (y(x)y'(x) + y'^2(x))dx;$ $y(-2) = 1; y(2) = -1;$

4.27. $J(y) = \int\limits_{-2}^1 (y(x) + y'^2(x))dx;$ $y(-2) = y(1) = 10;$

4.28. $J(y) = \int\limits_{-\pi}^{\pi} (y'^2(x) + y'(x) + 2\sin(x)y(x))dx;$ $y(-\pi) = y(\pi) = 6;$

4.29. $J(y) = \int\limits_0^1 (y(x)e^{y(x)} + xy'(x) - 2\sin(x)y(x))dx;$ $y(0) = y(1) = 1;$

4.30. $J(y) = \int\limits_0^{\pi} (\cos(x) + y'^2(x) + \sin(x)y(x))dx;$ $y(0) = y(\pi) = 0;$

4.31. $J(y) = \int_0^1 (y'^2(x) + y(x) + 12xy(x) + tg(x))dx; \quad y(0) = y(1) = 0;$

4.32. $J(y) = \int_0^1 (\cos(x)e^{y(x)} + y'(x))dx; \quad y(0) = 0; y(1) = 1;$

4.33. $J(y) = \int_0^{\pi} (y(x)\cos(x) + 4y'^2(x) - 3y^2(x))dx; \quad y(0) = y(\pi) = 0;$

4.34. $J(y) = \int_0^1 (-\sin(x)\, e^{y(x)+x} - y(x))dx; \quad y(0) = 0; y(1) = -1;$

4.35. $J(y) = \int_0^1 (y'^2(x) - \sin(x)y(x))dx; \quad y(0) = 0; y(1) = 1;$

4.36. $J(y) = \int_{-1}^1 (x^2\, y'(x) + y'^2(x) - x)dx; \quad y(-1) = 1; y(1) = 0;$

4.37. $J(y) = \int_0^1 (y^2(x) - y'^2(x) + x^2)dx; \quad y(0) = y(1) = 0;$

4.38. $J(y) = \int_0^1 (y'^2(x) + 2xy^2(x))dx; y(0) = y(1) = 4;$

4.39. $J(y) = \int_0^1 (y^2(x)e^{y(x)} + x^3\, y'(x))dx; y(0) = y(1) = 2;$

4.40. $J(y) = \int_0^{\pi} (\cos^2(x) + y'^2(x) - xy(x))dx; y(0) = y(\pi) = 0;$

Примерные варианты семестровых заданий для самостоятельной работы студентов

1. Двойственный симплекс-метод.
2. Основные теоремы двойственности в линейном программировании.
3. Квазиньютоновские методы.
4. Реализовать градиентный метод.
5. Реализовать метод Ньютона.
6. Реализовать метод сопряженных градиентов.
7. Реализовать метод одномерного спуска, основанный на вычислении значений функции.
8. Дать подробное описание метода проекции градиента и привести типы задач успешно решаемые этим методом.
9. Дать подробное описание метода условного градиента и привести типы задач успешно решаемые этим методом.
10. Дать подробное описание метода линеаризации и привести типы задач успешно решаемые этим методом.
11. Дать подробное описание метода Эрроу-Гурвица и привести типы задач успешно решаемые этим методом.
12. Двойственные методы решения общей задачи нелинейного программирования.
13. Методы минимизации на простых множествах.

14. Дать подробное описание метода штрафных функций и привести типы задач успешно решаемые этим методом.
15. Методы модифицированной функции Лагранжа.
16. Вариационное исчисление. Частные случаи уравнения Эйлера-Лагранжа.
17. Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана.