

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

«Кемеровский государственный университет»

*Математический факультет*

---

УТВЕРЖДАЮ  
Декан математического факультета  
ГУДОВ А.М.  
«*А.М. Гудов*» 2015 г.



**Рабочая программа дисциплины**

**ВВЕДЕНИЕ В МЕХАНИКУ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ**

---

Направление подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки

**«Исследование операций и системный анализ»**

Уровень бакалавриата

Форма обучения

**Очная, заочная**

Кемерово 2015

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....</b>	<b>3</b>
<b>2. Место дисциплины в структуре ООП.....</b>	<b>3</b>
<b>3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем и на самостоятельную работу обучающихся.....</b>	<b>3</b>
<b>4. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....</b>	<b>4</b>
4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах) для дневной формы обучения.....	4
4.2. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах) для заочной формы обучения.....	5
4.3. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам).....	5
<b>5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....</b>	<b>7</b>
<b>6. Фонд оценочных средств, для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....</b>	<b>7</b>
6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю).....	7
6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы.....	7
6.2.1. Вопросы к коллоквиуму по теме «Элементы тензорного исчисления».....	7
6.2.2. Вопросы к зачету.....	8
6.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования.....	10
<b>7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....</b>	<b>14</b>
<b>8. программное обеспечение и Интернет-ресурсы:.....</b>	<b>14</b>
<b>9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....</b>	<b>14</b>
9.1. Советы по планированию и организации времени, необходимого для изучения дисциплины.....	15
9.2. Описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»).....	15
9.3. Рекомендации по использованию материалов учебно-методического комплекса.....	15
9.4. Рекомендации по работе с литературой.....	15
9.5. Советы по подготовке к зачету.....	16
9.6. Указания по организации работы с контрольно-измерительными материалами, по выполнению домашних заданий.....	16
<b>10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.....</b>	<b>16</b>
<b>11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....</b>	<b>16</b>
<b>12. Иные сведения и материалы.....</b>	<b>17</b>
12.1. Цели освоения дисциплины.....	17
12.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	17

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате освоения ООП бакалавра обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенции	Результаты освоения ООП	Перечень планируемых результатов по дисциплине
ОПК-3	способность к разработке алгоритмических и программных решений в области математических моделей, созданию средств тестирования систем на соответствие исходным требованиям моделей.	<i><b>Знать:</b> области математических моделей; <b>Уметь:</b> разрабатывать алгоритмические и программные решения в этих областях; <b>Владеть:</b> способностью создания образовательного контента, тестов и средств тестирования систем на соответствие исходным требованиям;</i>
ПК-2	способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.	<i><b>Знать:</b> современный математический аппарат; <b>Уметь:</b> понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.</i>
ПК-3	способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности.	<i><b>Уметь:</b> критически переосмысливать накопленный опыт; <b>Владеть:</b> способностью изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности.</i>

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Дисциплина «Введение в механику сплошных сред» входит в вариативную часть программы. Изучение данной дисциплины базируется на знаниях студентами многих предшествующих математических курсов: линейной алгебры и геометрии, математического анализа, анализа, обыкновенных дифференциальных уравнений.

Освоение дисциплины «Введение в механику сплошных сред» необходимо при изучении таких дисциплин как «Численные методы», «Применение функционального анализа в математической физике», «Введение в механику сплошной среды», «Моделирование и краевые задачи МСС», при выполнении курсовых и дипломных работ, связанных с применением методов математического моделирования, исследованием прикладных задач естественнонаучного направления.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5 семестре.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 академических часа.

### 3.1. Объём дисциплины по видам учебных занятий (в часах)

Вид учебной работы	Всего часов	
	Для очной формы обучения	Для заочной формы обучения
Общая трудоемкость базового модуля дисциплины	108	108
<b>Контактная* работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)</b>	54	10
Аудиторные занятия (всего)	54	10
В том числе:		
Лекции	18	4
Практические занятия	36	6
в том числе в интерактивной формах	20	4
Внеаудиторная работа	0	
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	54	94
В том числе:		
Расчетно-графические работы	16	
Индивидуальные работы (работа с учебником, конспектом, интернет-сайтами)	22	
Подготовка к промежуточной аттестации	16	
<b>Вид итогового контроля зачет</b>		4

#### 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

##### 4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах) для дневной формы обучения:

№ п/п	Раздел дисциплины	Общая трудоемкость (часы)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости
			аудиторные учебные занятия		Самостоятельная раб.	
			Лек.	Прак.		
1	Предмет и методы механики сплошных сред	6	1		5	тест
2	Математический аппарат механики сплошных сред	15	4	4	7	Контрольная работа, тест
3	Представление движения сплошной среды	8	1	2	5	Контрольная работа, тест
4	Теория деформаций	17	3	6	8	Контрольная работа, тест

5	Теория напряжений	19	3	6	10	Контрольная работа, тест
6	Законы сохранения в механике	16	3	6	7	Контрольная работа, тест
7	Простейшие модели механики сплошных сред (идеальные и вязкие среды)	28	4	12	12	Коллоквиум, тест
<b>Всего</b>		108	18	36	54	<b>Зачет</b>

заочной формы обучения

№ п/п	Раздел дисциплины	Общая трудоемкость (часы)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости
			аудиторные учебные занятия		Самостоятельная раб.	
			Лек.	Прак.		
1	Предмет и методы механики сплошных сред	16	0,5	0,5	15	тест
2	Математический аппарат механики сплошных сред	16	0,5	0,5	15	Контрольная работа, тест
3	Представление движения сплошной среды	24,5	0,5	1	23	Контрольная работа, тест
4	Теория деформаций	19	1	1	17	Контрольная работа, тест
5	Теория напряжений	19	1	1	17	Контрольная работа, тест
6	Законы сохранения в механике	11,5	0,5	1	10	Контрольная работа, тест
7	Простейшие модели механики сплошных сред (идеальные и вязкие среды)	15	0	1	14	тест
	зачет	4				
<b>Всего</b>		108	4	6	94	

4.2 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Содержание лекционных занятий

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1	Предмет и методы механики сплошных сред	Предмет и задачи механики сплошных сред, основные гипотезы механики сплошных сред, основные принципы математического моделирования.
2	Математический аппарат механики сплошных сред	Правило суммирования Эйнштейна. Ковариантный и контравариантный базисы системы координат. Преобразование координатных систем. Тензоры и операции над ними. Оператор ковариантного дифференцирования, его свойства. Условие евклидовости пространства. Тензор Римана.
3	Представление движения сплошной среды	Система отсчета наблюдателя и сопутствующая система отсчета. Сущность методов Лагранжа и Эйлера описания движения сплошной среды. Перемещение, скорость и ускорение. Полная производная. Движущиеся объемы.
4	Теория деформаций	Определение тензора деформаций. Механический смысл компонент тензора деформаций. Выражения для компонент тензора деформаций

		через компоненты вектора перемещений. Уравнения совместности малых деформаций. О значении тензоров деформаций и скоростей деформаций в моделях твердых тел и газов.
5	Теория напряжений	Определение тензора напряжений, механическое истолкование его компонент. Симметрия тензора напряжений. Вывод уравнений равновесия и движения сплошной среды в компонентах тензора напряжений. Круги Мора для напряжения.
6	Законы сохранения в механике	Производная по времени от интеграла по движущемуся объему. Формула Эйлера. Закон сохранения массы – уравнение неразрывности. Закон сохранения импульса – уравнения движения. Баланс механической энергии – теорема «живых сил». Первое начало термодинамики. Уравнение энергии. Установившееся и нестационарное движение. Потенциальные движения.
7	Простейшие модели механики сплошных сред (идеальные и вязкие среды)	Идеальная среда, понятие идеальной среды, уравнения движения идеальной сплошной среды, интегралы уравнений движения, постановка граничных условий. Вязкая среда: понятие вязкой сплошной среды, уравнения движения вязкой среды, постановка граничных условий.

### Содержание практических занятий

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
2	Математический аппарат механики сплошных сред	Криволинейные системы координат – ковариантный и контравариантный базисы, основная квадратичная форма. Вычисление коэффициентов основной квадратичной формы в цилиндрической и сферической координатных системах. Системы координат, нормально, связанные с поверхностью. Скаляры, векторы, тензоры, операции над ними. Метрический и дискриминантный тензоры. Символы Кристоффеля и их вычисление. Ковариантное дифференцирование и его свойства. Запись основных дифференциальных операторов в криволинейных координатах. Запись интегральных теорем Стокса и Гаусса – Остроградского в криволинейных координатах.
3	Представление движения сплошной среды	Методы Лагранжа и Эйлера описания движения сплошной среды., связь между ними. Перемещение, скорость и ускорение. Траектории и линии тока. Завихренность движения среды.
4.	Теория деформаций	Тензоры деформаций и скоростей деформаций, выражения их компонент через компоненты вектора перемещений и вектора скоростей. Упрощения этих выражений при малых удлинениях и сдвигах – тензор малых деформаций. Уравнения совместности малых деформаций. Главные оси деформаций и главные деформации, инварианты тензора деформаций, шаровой тензор деформаций и девиатор тензора деформаций.
5	Теория напряжений	Массовые и поверхностные силы. Основная лемма. Уравнения неразрывности и несжимаемости. Тензор напряжений. Механическое истолкование компонент тензора напряжений. Выражение для компонент вектора напряжений на площадке через тензор напряжений и нормаль к площадке, инварианты тензора напряжений, шаровой тензор напряжений и девиатор напряжений. Объемные и поверхностные силы. Условия равновесия. Симметричность тензора напряжений. Круги Мора для напряжения Уравнения движения сплошной среды. Симметрия тензора напряжений.
6	Законы сохранения в механике	Полная, локальная и конвективная производные. Производная по времени от интеграла по движущемуся объему. Формула Эйлера. Закон сохранения массы – уравнение неразрывности. Закон сохранения импульса – уравнения движения. Баланс механической энергии – теорема «живых сил». Первое начало термодинамики. Уравнение энергии. Установившееся и нестационарное движение. Потенциальные движения.
7	Простейшие модели механики сплошных сред (идеальные и вязкие среды)	Построение определяющих уравнений в моделях твердых тел, моделях идеальной и вязкой жидкостях. О значении тензоров деформаций и скоростей деформаций в моделях твердых тел и жидкостей. Закон Гука. Классическая модель изотропного упругого тела. Уравнения. Ламе. Постановка основных

		краевых задач статики упругого тела. Жидкости. Закон Стокса. Модель идеальной несжимаемой жидкости. Интегралы динамических уравнений движения идеальной несжимаемой жидкости. Модель вязкой несжимаемой жидкости. Уравнения Навье - Стокса. Течение вязкой жидкости в цилиндрической трубе. Ламинарные и турбулентные течения.
--	--	--

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды: учебное пособие для вузов. – СПб.: Лань, 2004. Т.1
2. Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. – М.: URSS, 2012. – 207с.
3. Темам, Р. Математическое моделирование в механике сплошных сред [Электронный ресурс] / Р. Темам, А. Миранвиль. - Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. - 320 с. on-line. - Б. ц. [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=50538](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=50538) .
4. Бать М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 2. Динамика. - СПб. : Лань, 2010. - 638 с.

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ, ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка – по желанию	наименование оценочного средства
1	Предмет и методы механики сплошных сред	ОПК-3	контрольное задание, сообщение, тест
2	Математический аппарат механики сплошных сред	ПК-2, ПК-3	контрольное задание, сообщение, тест
3	Представление движения сплошной среды	ПК-2, ПК-3	контрольное задание, сообщение, тест
4	Теория деформаций	ПК-2, ПК-3	контрольное задание, сообщение, тест
5	Теория напряжений	ПК-2, ПК-3	контрольное задание, сообщение, тест
6	Законы сохранения в механике	ПК-2, ПК-3	контрольное задание, сообщение, тест
7	Простейшие модели механики сплошных сред (идеальные и вязкие среды)	ОПК-3, ПК-2, ПК-3	контрольное задание, сообщение, тест

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы

6.2.1. Вопросы к коллоквиуму по теме «Элементы тензорного исчисления»

Правило суммирования Эйнштейна

Прямоугольная декартова система координат

Криволинейная система координат

Ковариантный базис. Основная квадратичная форма.

Контравариантный базис.

Соотношения взаимности.  
 Разложения векторов ковариантного и контравариантного базисов.  
 Связи между координатами вектора элементарного перемещения.  
 Преобразование элементов координатных систем: базисных векторов, коэффициентов основной квадратичной формы, координат  
 Цилиндрическая система координат  
 Сферическая система координат  
 Операции с базисными векторами.  
 Полиада: определение, операции с полиадами.  
 Понятие тензора (эквивалентность определений)  
 Метрический тензор  
 Физические составляющие тензора  
 Симметрия и антисимметрия тензоров  
 Операции поднятия и опускания индексов  
 Сложение и вычитание тензоров, умножение тензора на скаляр.  
 Умножение тензоров  
 Свертка тензоров  
 Скалярное умножение тензоров  
 Тензоры второго ранга и тензорные функции: связь тензоров второго ранга и матриц, представления тензоров второго ранга, шаровой тензор и девиатор, главные направления, и главные значения, основные инварианты, выражение основных инвариантов через главные значения, тензорная поверхность  
 Теорема о делении тензоров  
 Дискриминантный тензор: определение, свойства, применение  
 Векторное умножение тензоров.  
 Символы Кристоффеля первого и второго рода: определение, свойства, вычисление через компоненты метрического тензора, формулы преобразования, использование.  
 Ковариантное дифференцирование: дифференцирование базисных векторов, производные от контравариантных, ковариантных и смешанных компонент тензоров, свойства операции дифференцирования, дифференцирование метрического и дискриминантного тензора.  
 Дивергенция вектора.  
 Вихрь вектора.  
 Оператор Лапласа от скалярной функции.  
 Условие евклидовости пространства.  
 Тензор Римана-Кристоффеля  
 Тождества Ляме.

#### 6.2.2. Вопросы к зачету

##### ***Тензорное исчисление.***

Правило суммирования Эйнштейна

Прямоугольная декартова система координат. Криволинейная система координат

Ковариантный базис. Основная квадратичная форма. Контравариантный базис. Соотношения взаимности. Разложения векторов ковариантного и контравариантного базисов.

Связи между координатами вектора элементарного перемещения. Преобразование элементов координатных систем: базисных векторов, коэффициентов основной квадратичной формы, координат.

Цилиндрическая система координат

Сферическая система координат

Операции с базисными векторами. Полиада: определение, операции с полиадами.

Понятие тензора (эквивалентность определений). Метрический тензор. Физические составляющие тензора. Симметрия и антисимметрия тензоров. Операции поднятия и опускания индексов. Сложение и вычитание тензоров, умножение тензора на скаляр. Умножение тензоров. Свертка тензоров.

Тензоры второго ранга и тензорные функции: связь тензоров второго ранга и матриц, представления тензоров второго ранга, шаровой тензор и девиатор, главные направления, и главные значения, основные инварианты, выражение основных инвариантов через главные значения, тензорная поверхность

Теорема о делении тензоров

Дискриминантный тензор: определение, свойства, применение. Векторное умножение тензоров.

Символы Кристоффеля первого и второго рода: определение, свойства, вычисление через компоненты метрического тензора, формулы преобразования, использование.

Ковариантное дифференцирование: дифференцирование базисных векторов, производные от контравариантных, ковариантных и смешанных компонент тензоров, свойства операции дифференцирования, дифференцирование метрического и дискриминантного тензора.

Дивергенция вектора. Вихрь вектора. Оператор Лапласа от скалярной функции.

Условие евклидовости пространства. Тензор Римана-Кристоффеля. Тождества Ляме.

### ***Представление движения сплошной среды***

Система отсчета наблюдателя. Сопутствующая система отсчета.

Сущность точек зрения Лагранжа и Эйлера на изучение движения сплошной среды

Вектор перемещения

### ***Теория деформаций***

Деформация среды: удлинения и сдвиги.

Тензор деформаций: определение

Механический смысл компонент (возможные упрощения при малых удлинениях и сдвигах)

Выражение компонент тензора деформаций через компоненты метрического тензора

Уравнения совместности малых деформаций

Главные оси деформаций и главные деформации

Инварианты тензора деформаций

Поверхность деформаций Коши

Шаровой тензор деформаций и девиатор деформаций

Тензор скоростей деформаций

### ***Теория напряжений***

Вектор напряжений: определение, свойства

Напряженное состояние в точке. Тензор напряжений

Связь между тензором напряжений и вектором напряжения

Массовые (объемные) силы и поверхностные силы

Условия равновесия

Симметрия тензора напряжений

Главные оси, главные площадки и главные значения тензора напряжений

Инварианты тензора напряжений

Шаровой тензор напряжений и девиатор напряжений

Поверхность напряжений Коши

Круги Мора для напряжения. Максимальное и минимальное касательное напряжение

### ***Законы сохранения в механике***

Полная, локальная и конвективная производные

Установившееся и нестационарные движения  
Линии тока и траектории  
Вихревые и потенциальные движения  
Формула Эйлера  
Закон сохранения массы (уравнение неразрывности). Частные случаи  
Закон сохранения импульса (уравнения движения)

### *Модели сплошных сред*

Понятие идеальной среды  
Уравнения движения идеальной сплошной среды  
Понятие вязкой сплошной среды  
Уравнения движения вязкой среды

*6.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования*

### **Типовые вопросы к лекционному материалу**

1. Привести примеры полезного и вредного проявлений сил трения в технике.
2. Возникает ли в рессорах автомобиля сила упругости при его движении? На стоянке в гараже?
3. Какие виды деформации испытывают:  
пласт земли при вспашке;  
стебли растений при скашивании;  
клубни картофеля при прохождении между комкователями комбайна?
4. Одинокое стоящее в поле куст за зиму накапливает большой сугроб снега, хотя на всем окружающем поле снежный покров имеет гораздо меньшую толщину. Одинокое стоящее на открытой поляне дерево зимой окружено сугробом снега, не примыкающим вплотную к нему. Объяснить данные явления.
5. Исследовать течения вязкой несжимаемой жидкости в поле силы тяжести между двумя неограниченными пластинами с зазором  $A$ . Найти касательные напряжения, действующие на эти пластины.

### **Типовые тестовые задания**

1. Идеальная среда – это среда
  - а) не способная оказывать сопротивление изменению формы
  - б) не способна оказывать сопротивление изменению объема
  - в) физические свойства которой одинаковы во всех направлениях в пространстве
  - г) индивидуальные частицы которой не получают ускорения.
2. Интенсивность внутренних сил, действующих в данной точке среды на площадке с заданной ориентацией, определяется
  - а) вектором полного напряжения
  - б) средним напряжением;
  - в) тензором напряжения.
3. Условие  $\text{rot } v \neq 0$  означает, что движение является
  - а) потенциальным;

- б) вихревым;
- в) установившимся

4. Уравнения движения выражают закон сохранения

- а) импульса;
- б) энергии;
- в) массы.

5. Уравнения Эйлера – это

- а) уравнения движения идеальной среды, записанные в ПДСК
- б) закон сохранения массы;
- в) закон сохранения импульса вязкой среды.

6. Каков порядок уравнения движения идеальной среды?

7. В случае однородной среды уравнение неразрывности содержит

- а) только плотность;
- б) только скорость;
- в) и скорость, и плотность.

8. Какое из перечисленных соотношений не выражает закон сохранения массы среды:

а)  $\int_V \rho dV = 0$

б)  $div v = 0,$

в)  $\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = 0$

г)  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho v) = 0$

9. Главные площадки – это площадки, на которых

- а) отсутствуют нормальные напряжения
- б) отсутствуют касательные напряжения
- в) внешняя нормаль совпадает с положительным направлением одной из координатных осей
- г) интенсивность напряжения максимальна.

10. Из приведенных сил выберите поверхностные

- а) сила трения;
- б) сила тяжести;
- в) электромагнитная сила

11. Линия тока – это

- а) кривая, в каждой точке которой вектор скорости направлен по касательной к ней
- б) линия в пространстве, по которой движется частица
- в) вектор скорости, лежащий в касательной плоскости.

12. Результатом индифферентного умножения является:

- а) вектор;
- б) число;
- в) тензор;
- г) полиада.

13. Компоненты тензора, у которых все индексы верхние, называются:

- а) ковариантными;
- б) контравариантными;
- в) смешанными.

14. У каждого тензора ранга  $m$  ..... компонент определенного типа

- а)  $3m$ ;
- б)  $m^3$ ;
- в)  $3^m$ .

15. В результате свертывания ранг тензора:

- а) увеличивается на 2;
- б) не изменяется;
- в) уменьшается на 2;
- г) уменьшается на 1.

### Типовые задачи к зачету

1) По горизонтальной шероховатой поверхности движется с постоянной скоростью брус. Вес бруса 1кгс, коэффициент трения равен 0,3, площадь основания бруса  $0,02\text{м}^2$ . Найти вектор напряжений на части плоскости, находящейся в данный момент под брусом.

2) Тензор напряжений в некоторой точке в ПДСК имеет компоненты:  $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$ ,  $\sigma_{12} = \sigma_{13} = -\sigma_{23} = 1$ . Определить главные значения и главные оси.

3) Построить круги Мора, если в ПДСК тензор напряжений имеет вид  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & \sqrt{3} \\ 0 & \sqrt{3} & 3 \end{pmatrix}$ .

Определить максимальное касательное напряжение.

4) В ПДСК задан тензор напряжений  $\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 2x^3 & 0 \\ 2x^3 & 0 & -2x^1 \\ 0 & -2x^1 & 0 \end{pmatrix}$ . Определить максимальное

касательное и соответствующее ему нормальное напряжения в точке  $M(1,5,1)$ .

5) Напряженное состояние во всех точках среды задано в ПДСК тензором напряжений

$\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 2x^3 & 0 \\ 2x^3 & 0 & -2x^1 \\ 0 & -2x^1 & 0 \end{pmatrix}$ . Вычислить вектор полного напряжения в точке  $P(0,4,-3)$  на плоскости  $x^1 = 0$ .

6) Разложить тензор напряжений  $\sigma = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 4 & 9 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$  на шаровую часть и девиатор.

7) В ПДСК тензор напряжений имеет компоненты:  $\sigma_{11} = x + 3yz$ ,  $\sigma_{12} = 5x - 9y$ , а остальные равны нулю. Найти массовые силы, если известно, что среда находится в равновесии.

8) В некоторой точке среды в ПДСК задан тензор напряжений  $\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & A & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Опреде-

лить  $A$  так, чтобы вектор полного напряжения на некоторой площадке в этой точке обращался в нуль.

9) Какой вид должны иметь компоненты массовой силы, если при распределении напряжений  $\sigma = \begin{pmatrix} x_1 & 5x_2 & 0 \\ 5x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2x_3x_1 \end{pmatrix}$  в ПДСК всюду выполнены условия равновесия?

10) Доказать, что для поля скоростей  $v_1 = x_1^2x_2 + x_2^3$ ,  $v_2 = -x_1^3 - x_1x_2^2$ ,  $v_3 = 0$  линии тока будут окружности

11) Написать уравнение неразрывности для потенциального движения сжимаемой и несжимаемой среды в виде уравнения для потенциала.

12) Одинок стоящий в поле куст за зиму накапливает большой сугроб снега, хотя на всем окружающем поле снежный покров имеет гораздо меньшую толщину. Одинок стоящее на открытой поляне дерево зимой окружено сугробом снега, не примыкающем вплотную к нему. Объяснить данные явления.

13) Дано поле скоростей  $v_1 = x^1/(1+t)$ ,  $v_2 = 2x^2/(1+t)$ ,  $v_3 = 3x^3/(1+t)$ . Найти компоненты ускорения в эйлеровой и лагранжевой системах координат. Определить линии тока и траектории.

14) Доказать, что при установившемся движении линии тока и траектории совпадают

15) Имеется плоский поток несжимаемой жидкости, в котором  $v_1 = -Ax_2/(x_1^2 + x_2^2)$ . Найти во всем потоке компоненту  $v_2$ , если  $v_2=0$  при  $x_1=0$  для всех значений  $x_2$ . Показать, что движение безвихревое.

### Критерии оценки знаний студентов

Предусмотрена рейтинговая система оценки всех видов деятельности.

**Текущий контроль (ТК):** посещение лекций, практических занятий.

**Рубежный контроль (РК):** контрольная работа, индивидуальные задания.

**Итоговый контроль (ИК):** зачет в виде решения задач и ответов на вопросы заданий.

Максимальное число баллов по каждому виду контроля следующее: ТК – 27 баллов, РК – 33 баллов, ИК – 40. Каждый вид деятельности оценивается следующим образом:

#### Текущий контроль:

- посещение лекций – 1 балл каждое занятие (максимально 9 баллов);
- посещение практических занятий – 1 балл каждое занятие (максимально 18 баллов).

#### Рубежный контроль:

- выполнение семестровых заданий – 10-ти балльная оценка за выполнение работы (семестровая работа состоит из 5 заданий, за каждое верно решенное задание – 2 балла);
- контрольная работа – оцениваются по 10-ти балльной шкале (максимально 20 баллов);
- реферат – оценивается 3 баллами.

### **Итоговый контроль:**

- зачет в виде ответов на вопросы и решение задач – максимально 40 баллов.

**Рейтинговый балл (РБ)** рассчитывается с учетом набранных баллов по всем видам контроля со следующими весовыми коэффициентами:

$$РБ=ТК+РК+ИК \text{ (максимально 100 баллов)}$$

Зачет ставится при рейтинговом балле более 40.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### **а) основная литература:**

1. Эглит, Маргарита Эрнестовна. Лекции по основам механики сплошных сред [Текст] / М. Э. Эглит. - 4-е изд. - Москва : URSS, 2012. - 207 с.
2. Бать М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах . Т. 2. Динамика. - СПб. : Лань, 2010. - 638 с.

### **б) дополнительная литература**

3. Седов Л.И. Механика сплошной среды: учебное пособие для вузов. – СПб.: Лань, 2004. Т.1
4. Корабельников, Дмитрий Васильевич. Практикум по основам механики сплошных сред [Текст] : учеб. пособие / Д. В. Корабельников, А. В. Ханефт ; Кемеровский гос. ун-т. - Кемерово : [б. и.], 2011. - 102 с.
5. Темам, Р. Математическое моделирование в механике сплошных сред [Электронный ресурс] / Р. Темам, А. Миранвиль. - Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. - 320 с. on-line. - Б. ц. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=50538](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=50538)

## 8. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

<http://edu.ulsu.ru/uchaikin> ,

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/solutions/ode.htm> Мир математических уравнений библиотека

<http://www.poiskknig.ru/> поиск электронных книг

[www.mathnet.ru](http://www.mathnet.ru) - общероссийский математический портал;

[www.library.kemsu.ru](http://www.library.kemsu.ru) - электронный каталог НБ КемГУ;

[www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru) - научная электронная библиотека;

[www.lib.mexmat.ru](http://www.lib.mexmat.ru) - электронная библиотека механико-математического факультета

МГУ;

[www.newlibrary.ru](http://www.newlibrary.ru) - новая электронная библиотека;

[www.edu.ru](http://www.edu.ru) - федеральный портал российского образования.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых основными являются способности и умения применять средства и методы математики в задачах практики самого широкого спектра. Важным является навык самостоятельно приобретать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку и рекомендации в той или иной проблемной ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, в ходе вы-

полнения курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом самостоятельная работа студентов играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.

#### *9.1 Советы по планированию и организации времени, необходимого для изучения дисциплины.*

Рекомендуется следующим образом организовать время, необходимое для изучения дисциплины:

Изучение конспекта лекции «Введение в механику сплошных сред» в тот же день, после лекции – 10-15 минут.

Изучение конспекта лекции за день перед следующей лекцией – 10-15 минут.

Изучение теоретического материала по учебнику и конспекту – 1 час в неделю.

Подготовка к практическому занятию – 1 час.

Всего в неделю – 3 часа 25 минут.

#### *9.2 Описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»).*

При изучении дисциплины очень полезно самостоятельно изучать материал, который еще не прочитан на лекции не применялся на практических занятиях. Освоение материала лекции в этом случае происходит гораздо качественнее, поскольку по ходу лекции уже можно задать вопросы. В случае, когда избирается более традиционный путь следования изложению материала на лекции, для понимания материала и качественного его усвоения рекомендуется такая последовательность действий:

1. После прослушивания лекции и окончания учебных занятий, при подготовке к занятиям следующего дня, нужно сначала просмотреть и обдумать текст лекции, прослушанной сегодня (10-15 минут).

2. При подготовке к лекции следующего дня, нужно просмотреть текст предыдущей лекции, подумать о том, какая может быть тема следующей лекции (10-15 минут).

3. В течение недели выбрать время (1-час) для работы с литературой по численному анализу в библиотеке.

2. При подготовке к практическим занятиям следующего дня, необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме домашнего задания. При выполнении упражнения или задачи нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Если это не дало результатов, и Вы сделали задачу «по образцу» аудиторной задачи, или из методического пособия, нужно после решения такой задачи обдумать ход решения и опробовать решить аналогичную задачу самостоятельно.

#### *9.3. Рекомендации по использованию материалов учебно-методического комплекса.*

Рекомендуется использовать методические материалы по курсу введение в механику сплошных сред, текст лекций преподавателя (если он имеется). Полезно использовать электронные учебно-методические пособия по решению задач механики сплошных сред, имеющиеся на университетском сервере.

#### *9.4 Рекомендации по работе с литературой.*

Теоретический материал курса становится более понятным, когда дополнительно к прослушиванию лекции и изучению конспекта, изучаются и книги по предмету. Литературу по курсу уравнений математической физики рекомендуется изучать либо в библиотеке, либо в электронном виде дома. Полезно использовать несколько учебников. Рекомендуется стремиться к пониманию текста, а не формальному «заучиванию» материала, с этой целью рекомендуется после изучения очередного параграфа выполнить несколько простых упражнений

на данную тему и кратко сформулировать для себя суть прочтенного. То есть, мысленно задать себе следующие вопросы (и попробовать ответить на них): о чем этот параграф?, какие новые понятия введены, каков их смысл?, сколько теорем в этом параграфе и каков их смысл «своими словами», будет ли верна теорема, если опустить некоторые условия в ее формулировке?. Доказательства теорем следует не заучивать, а «понять». С этой целью рекомендуется записать идею доказательства, составить план доказательства, попробовать доказать теорему самостоятельно, может быть другим способом, сравнить доказательство теоремы в конспекте и в учебнике. При изучении теоретического материала полезно составлять схемы методов или содержания теоретического материала.

#### *9.5. Советы по подготовке к зачету.*

При подготовке к зачету или экзамену следует повторить теорию: определения всех понятий и формулировки теорем, добиваясь понимания положений теории и практических методов решения и еще раз самостоятельно решить по несколько типовых задач из каждой темы. При решении задач уметь проверять правильность полученного решения. В теоретических вопросах экзамена стараться выделить главное, самое существенное в результатах и в доказательстве. Не понятые моменты и вопросы теории выписать для прояснения на консультациях.

#### *9.6. Указания по организации работы с контрольно-измерительными материалами, по выполнению домашних заданий.*

При выполнении домашних заданий необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме задания. При выполнении упражнения или задачи нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи, попытаться запрограммировать. Если это не дало результатов, и Вы сделали задачу «по образцу» аудиторной задачи, или из методического пособия, нужно после решения такой задачи обдумать ход решения и попробовать решить аналогичную задачу самостоятельно.

### 10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

1. Поисковые и справочные системы в Интернете для загрузки или работы с источниками в режиме «он лайн»;
2. Использовать пакеты аналитических вычислений для проверки полученных решений или графического анализа решений;
3. Компьютерное тестирование в системе ФЭПО;
4. Программы Skype или TrueConf для организации дистанционного обучения и консультаций.

### 11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

При освоении дисциплины для выполнения практических занятий необходимы аудитории с обычными или электронными досками. Полезно использовать пакеты аналитических вычислений (Maple, Derive, Mathematica и т.п.). Для проведения лекционных занятий, желательно использовать мультимедийная аудитория с набором лицензионного базового программного обеспечения. Основным инструментом для тестирования служат разработанные материалы в бумажном исполнении или электронном виде в программной среде «АСТ-РПД «Введение в механику сплошных сред»

Тест».

## 12. ИНЫЕ СВЕДЕНИЯ И МАТЕРИАЛЫ

### 12.1. Цели освоения дисциплины

Данный курс посвящен вопросам моделирования объектов и процессов, рассматриваемых при движении неоднородных сред; знакомит с постановками основных краевых и начально-краевых задач; определяет роль и значение изучаемых моделей в исследовании реальных процессов и объектов, а также интерпретирует получаемые результаты.

Основными задачами изучения курса являются

- усвоение основных принципов построения разнообразных газодинамических моделей;
- овладение математическим аппаратом механики сплошных сред;
- овладение методами исследования математических моделей;
- формирование представления адекватности модели;
- умение анализировать полученные решения с точки зрения практических приложений;
- приобретение навыков решения конкретных задач механики;
- подготовка бакалавра к успешной работе в области естественнонаучного направления на основе гармоничного сочетания научной, фундаментальной и профессиональной подготовки кадров;
- формирование социально-личностных качеств выпускников: целеустремленности, организованности, коммуникабельности, умения работать в коллективе, ответственность за конечный результат своей профессиональной деятельности; повышение их общей культуры, способности самостоятельно приобретать и применять новые знания и умения.

### 12.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине осуществляется на основе образовательных программ, разработанных факультетом и адаптированных для обучения указанных обучающихся, например, используются средства конференц-связи типа True Conf, Skype и т.п.

Обучение по образовательной программе инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется факультетом с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Учебно-методическая документация по дисциплине предусматривает проработку лекционного материала и выполнение индивидуальных заданий с использованием учебно-методических материалов для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

Составитель: В.В. Рагулин, доцент кафедры фундаментальной математики КемГУ.