

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

«Кемеровский государственный университет»

Математический факультет



Рабочая программа дисциплины

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки
«Исследование операций и системный анализ»

Уровень бакалавриата

Форма обучения

Очная, заочная

Кемерово 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	3
2. Место дисциплины в структуре ООП	3
3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем и на самостоятельную работу обучающихся	3
3.1. Объем дисциплины по видам учебных занятий (в часах).....	3
4. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	4
4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах) для дневной формы обучения.....	4
4.2. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах) для заочной формы обучения	4
4.3 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам).....	5
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	7
6. Фонд оценочных средств, для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	8
6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю).....	8
6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы	8
6.2.1. Контрольные вопросы для самостоятельного изучения.....	8
6.2.2. Вопросы к экзамену	12
6.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования	14
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	16
8. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:	17
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	17
9.1 Советы по планированию и организации времени, необходимого для изучения дисциплины.	17
9.2. Описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»).....	18
9.3. Рекомендации по использованию материалов учебно-методического комплекса.	18
9.4 Рекомендации по работе с литературой.....	18
9.5. Советы по подготовке к зачету и экзамену.	19
9.6. Указания по организации работы с контрольно-измерительными материалами, по выполнению домашних заданий.....	19
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем	19
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	19
12. Иные сведения и материалы	19
12.1. Цели освоения дисциплины	20
12.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья	20

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНесЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате освоения ООП бакалавра обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенции	Результаты освоения ООП	Перечень планируемых результатов по дисциплине
ОПК-1	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	Знать: общенаучные базовые знания Уравнений математической физики; Уметь: демонстрировать эти знания; Владеть: пониманием основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с Уравнениями математической физики;

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Дисциплина «Уравнения математической физики» входит в вариативную часть программы. Изучение данной дисциплины базируется на знаниях студентами почти всех предшествующих математических курсов: линейной алгебры и геометрии, математического анализа, основ функционального анализа, обыкновенных дифференциальных уравнений.

Освоение дисциплины «Уравнения математической физики» необходимо при изучении таких дисциплин как «Численные методы», «Применение функционального анализа в математической физике», «Введение в механику сплошной среды», «Моделирование и краевые задачи МСС», при выполнении курсовых и дипломных работ, связанных с применением методов математического моделирования, исследованием прикладных задач естественнонаучного направления.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5, 6 семестрах.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Общая трудоемкость дисциплины составляет **6** зачетных единиц, **216** академических часа.

3.1. Объем дисциплины по видам учебных занятий (в часах)

Объём дисциплины	Всего часов	Семестр 5	Семестр 6
Общая трудоемкость базового модуля дисциплины	216	90	126
Контактная* работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)	162	66	96
Аудиторные занятия (всего)	126	54	72
В том числе:			
Лекции	54	18	36
Практические занятия (ПЗ)	72	36	36

в т.ч. в активной и интерактивной формах	46	23	23
Внеаудиторная работа	0	0	0
Самостоятельная работа (всего)	54	20	34
В том числе:			
Расчетно-графические работы	16	8	8
Индивидуальные работы (работа с учебником, конспектом, интернет-сайтами)	24	10	14
Подготовка к промежуточной аттестации	14	6	8
Вид итогового контроля (зачет,экзамен)		зачет	экзамен

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах) для дневной формы обучения

№ п/п	Раздел дисциплины	Общая трудоемкость (часы)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости	
			аудиторные учебные заня- тия		Са- мос- той- тель- ная раб.		
			Лек.	Прак.			
1	Вводная часть	22	8	10	4	Контрольная работа, тест	
2	Уравнения гиперболического типа	36	10	16	10	Контрольная работа, тест	
3	Уравнения параболического типа	30	8	10	12	Тест, коллоквиум, зачет	
4	Уравнения эллиптического тип	42	12	16	14	Контрольная работа, тест	
5	Методы решения начально-краевых задач	50	16	20	14	Контрольная работа, коллоквиум	
		36			36	Экзамен	
	Всего	216	54	72	90		

4.2. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах) для заочной формы обучения

№ п/п	Раздел дисциплины	Общая трудоемкость (часы)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости	
			аудиторные учебные заня- тия		Са- мос- той- тель- ная раб.		
			Лек.	Прак.			
1	Вводная часть	14	1	2	11	Контрольная работа	
2	Уравнения гиперболического типа	47	2	2	43	Контрольная работа	
3	Уравнения параболического	46	1	2	43	Контрольная работа,	

	типа					зачет
4	Уравнения эллиптического типа	47	2	2	43	Контрольная работа, тест
5	Методы решения начально-краевых задач	47	2	2	43	Контрольная работа
		13			13	
	Всего	216	8	10	185	Экзамен

4.3 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Содержание лекционных занятий

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1	Введение	
	1.1. Основные уравнения. Постановка задач	Выход основных уравнений математической физики: уравнение колебания струны, уравнение колебания мембранны, уравнения гидродинамики и звуковых волн, уравнение распространения тепла в изотропном твердом теле, уравнение неразрывности при движении жидкости и уравнение Лапласа. Формулировка задач.
	1.2. Классификация уравнений.	Понятие характеристической формы и классификация уравнений второго порядка, систем уравнений общего вида, приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, приведение к каноническому виду уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными с переменными коэффициентами, метод характеристик.
	1.3. Задача Коши. Теорема Коши-Ковалевской.	Уравнения Коши-Ковалевской, определение системы Коши-Ковалевской и постановка задачи Коши для неё, редукция исходной системы к системе первого порядка. Задача Коши с аналитическими данными, теорема Коши-Ковалевской. Пример Ковалевской.
	1.4. Понятие корректности по Адамару	Понятие корректности задачи математической физики, пример Адамара.
2	Уравнения гиперболического типа	
	2.1. Одномерное уравнение колебаний.	Уравнение колебаний струны, методы характеристик и факторизации, общее решение, формула Даламбера.
	2.2. Многомерное волновое уравнение	Задача с начальными условиями для волнового уравнения с тремя пространственными переменными, формула Кирхгофа, волновое уравнение с двумя пространственными переменными, метод спуска, формула Пуассона, анализ решения (понятие области зависимости, области влияния и области определения, принцип Гюйгенса), неоднородное волновое уравнение, случай трех пространственных переменных запаздывающий потенциал, случай двух и одной пространственных переменных.
	2.3. Корректность задачи Коши.	Корректно поставленные задачи для гиперболических уравнений: единственность решения задачи Коши, корректность постановки задачи Коши,
3	Уравнения параболического типа	
	3.1. Принцип максимума и его следствия	Принцип максимума, оценки решения, теорема единственности первой краевой задачи и задачи Коши-Дирихле, результаты А.Н. Тихонова.
	3.2 Решение задачи Коши-Дирихле	Решение задачи Коши, гладкость решений. Задача с начальными данными для неоднородного уравнения теплопроводности, метод Дюамеля-Неймана.

4	Уравнения эллиптического типа	
	4.1 Свойства гармонических функций	Основные свойства гармонических функций: интегральное представление гармонических функций, теорема о среднем, принцип экстремума и его следствия.
	4.2. Метод функции Грина	Функция Грина. Решение задачи Дирихле для шара и полупространства: понятие функции Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа, решение задачи Дирихле для шара, формула Пуассона, решение задачи Дирихле для полупространства, формулы Пуассона, теоремы Лиувилля и Гарнака, теорема о мнимой особенности.
	4.3. Элементы теории потенциала	Теория потенциала: объемный потенциал, непрерывность объемного потенциала и его производных первого порядка, существование производных второго порядка, уравнение Пуассона, потенциалы простого и двойного слоя, определение потенциала двойного слоя, формула скачка, потенциал простого слоя и его свойства, решение краевых задач с помощью потенциалов, сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям, применение теории Фредгольма к решению задач Дирихле и Неймана.
	4.4. Понятие обобщенных решений краевых задач	Обобщенное решение основных краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона: классические и обобщенные решения краевых задач, существование и единственность обобщенного решения в простейших случаях.
5	Методы решения начально-краевых задач	
	5.1 Метод разделения переменных	Решение начально-краевых задач методом разделения переменных, общая схема метода, свойства собственных функций и собственных значений. Обоснование метода Фурье.
	5.2. Метод интегральных преобразований	. Интегральные преобразования Фурье, Лапласа, конечные Синус, Косинус-преобразования Фурье их применения к решению краевых задач.
	5.3. Вариационные методы	Вариационные формулировки краевых задач, методы Ритца, Бубнова-Галеркина.

Содержание практических занятий

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1	Введение	
	1.1. Основные уравнения. Постановка задач	Основные уравнения математической физики и постановка краевых задач.
	1.2. Классификация уравнений.	Классификация уравнений второго порядка, систем уравнений общего вида, приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, приведение к каноническому виду уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными с переменными коэффициентами, метод характеристик.
	1.3. Задача Коши. Теорема Коши-Ковалевской.	Нахождение решений начальных задач по схеме теории Коши-Ковалевской.
	1.4. Понятие корректно-	Определение корректных задач математической физики.

	сти по Адамару	
2	Уравнения гиперболического типа	
	2.1. Одномерное уравнение колебаний.	Методы характеристик и факторизации, общее решение, решение задачи Коши, метод распространяющихся волн. Решение задачи Гурса.
	2.2. Многомерное волновое уравнение	Отыскание решений с помощью формул Кирхгофа, Пуассона и Даламбера, области определенности, влияния и зависимости. Метод решений специального вида.
	2.3. Корректность задачи Коши.	Доказательство единственности решений задач Коши,
3	Уравнения параболического типа	
	3.1. Принцип максимума и его следствия	Применение принципа максимума, получение оценок решения, теорем единственности первой краевой задачи и задачи Коши
	3.2 Решение задачи Коши-Дирихле	Применение формулы Пуассона для нахождения решений задачи Коши, использование метода Дюамеля-Неймана.
4	Уравнения эллиптического типа	
	4.1 Свойства гармонических функций	Решение задач на свойства гармонических функций (интегральное представление гармонических функций, теоремы о среднем, принцип экстремума).
	4.2. Метод функции Грина	Отыскание решений методом функции Грина, применение формул Пуассона.
	4.3. Элементы теории потенциала	Решение задач на приложения теории потенциала и интегральных уравнений.
	4.4. Понятие обобщенных решений краевых задач	Задачи на определения обобщенных решений краевых задач.
5	Методы решения начально-краевых задач	
	5.1 Метод разделения переменных	Решение начально-краевых задач методом разделения переменных, использование специальных функций.
	5.2. Метод интегральных преобразований	Нахождение решений начально-краевых задач методом интегральных преобразований (Фурье, Лапласа, конечные Синус, Косинус-преобразования Фурье).
	5.3. Вариационные методы	Отыскание решений краевых задач методами Ритца, Бубнова-Галеркина.

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Емельянов, В.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. – СПб.: Лань, 2008. Точка доступа:
<http://e.lanbook.com/view/book/140/>
2. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальному уравнениям: сб. задач для вузов / А. Ф. Филиппов. - М.; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2005.
3. Глухарева, Т.В. Уравнения математической физики : учеб.-метод. пособие /сост.: Т. В. Глухарева, И. В. Казаченко.- Кемерово : Кемеровский госуниверситет , 2010.

4. Медведев, А.В. Уравнения математической физики : учеб.-метод. пособие / сост.: А. В. Медведев, П. Н. Победаш. - Кемерово , 2010.

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ, ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка – по желанию	наименование оценочного средства
1	Введение	ОПК-1	Инд. задания, Тест
2	Уравнения гиперболического типа	ОПК-1	Инд. задания, Тест
3	Уравнения параболического типа	ОПК-1	Инд. задания, Тест
4	Уравнения эллиптического типа	ОПК-1	Инд. задания, Тест
5	Методы решения начально-краевых задач	ОПК-1	Инд. задания, Тест
6	Все разделы	ОПК-1	Зачет, экзамен

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы

6.2.1. Контрольные вопросы для самостоятельного изучения

Введение

1. Дайте определение квазилинейного уравнения первого порядка, его решения?
2. Какое геометрическое толкование можно дать квазилинейному уравнению первого порядка, его решению, характеристикам?
3. Сформулируйте задачу Коши для квазилинейного уравнения первого порядка и дайте ей геометрическую интерпретацию.
4. Решите задачу Коши $u_x + u_y = 0, \quad u|_{y=x} = \varphi(x)$.
5. Чем определяется тип уравнения второго порядка?
6. С помощью, каких преобразований можно уравнение второго порядка привести к каноническому виду?
7. Найти области гиперболичности, эллиптичности и параболичности уравнения $u_{xx} + yu_{yy} = 0$ и привести его к каноническому виду в области гиперболичности.
8. Сформулируете теорему Коши-Ковалевской.
9. Дайте определение корректно поставленной задачи математической физики.

Уравнения гиперболического типа

1. Каковы характерные особенности задач, приводящихся к уравнениям гиперболического типа?
2. В чем заключается физическая интерпретация формулы Даламбера?
3. Что такое прямая и обратная волна?
4. Что такое область зависимости решения?
5. Чем объясняется тот факт, что принцип Гюйгенса не имеет места в плоском случае?
6. Пользуясь методом спуска, получите из формулы Пуассона решения задачи о колебании бесконечной струны.
7. Что такое запаздывающий потенциал?
8. В каком случае может существовать стационарное решение неоднородного уравнения с неоднородными граничными условиями?
9. Какая задача называется характеристической?

Уравнения параболического типа

1. Дайте физическое толкование величинам, входящим в уравнение
$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \Delta u + f(x, y, z, t).$$
2. Дайте физическое толкование различным типам граничных условий для приведенного выше уравнения.
3. В чем заключается принцип максимума для решения уравнения теплопроводности?
4. Вывести уравнение для процесса нагревания однородной тонкой проволоки постоянным электрическим током, если на ее поверхности происходит теплообмен с окружающей средой.

Уравнения эллиптического типа

1. Дайте определение гармонической функции. Приведите пример.
2. Какие существуют типы граничных условий для уравнения Лапласа?
3. Дайте определение функции Грина.
4. Сформулируйте теорему Лиувилля.
5. Сформулируете теорему Гарнака.
6. Найти потенциал точечного источника в трехмерном пространстве.
7. Дайте определение двойного слоя.
8. В чем заключается формула скачка?
9. Дайте определение обобщенного решения уравнения Лапласа задачи Дирихле.

Методы отыскания решений

1. Сформулируйте задачу Штурма – Лиувилля.
2. Какими свойствами должна обладать функция $f(x)$, чтобы она разлагалась на $[0,1]$ в равномерно сходящийся ряд Фурье по синусам?
3. Какой вид имеют граничные условия, если известно, что $\lambda = 0$ является собственным значением для $X'' + \lambda \cdot X = 0$?
4. Как по виду краевых условий и постановке задачи определить вид подходящего интегрального преобразования?
5. Как перейти от дифференциальной краевой задачи к ее вариационной формулировке?

Задания для самостоятельной работы

1. Решить задачу Коши:

$$3u_x - 4u_y + e^{4x+3y}u = 0, \\ u(x, 0) = \cos x.$$

2. Решить задачу Коши:

$$3u_x u_z + u_z^2 - 2u_y^2 = x + y, \\ u(x, 0, z) = x(z - 1).$$

3. Решить задачу Коши методом факторизации:

$$3u_{xxx} + 2u_{xxy} - u_{xyy} - 2u_{yyy} = 0, \\ u(x, 0, z) = x(z - 1).$$

4. Определить тип уравнения:

$$u_{xy} + u_{yz} + u_{xz} - 3x^2u_y + y \sin x u + xe^{-y} = 0.$$

5. Определить тип системы:

$$\begin{array}{l} 2u_x + v_x + 7u_y - 2u = 0, \\ 3u_x + 3v_x + 31u_y + v_y - e^y \sin x = 0. \end{array}$$

6. Привести уравнение к каноническому виду:

$$u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + au_x + bu_y + gu = 0.$$

7. Сформулировать задачу о малых продольных колебаниях упругого однородного стержня переменного сечения $S = S(x)$ длины l при произвольных начальных условиях для случаев

- a) стержень имеет форму усеченного конуса с радиусами оснований r и $R(r < R)$, которые закреплены жестко.
- b) конец стержня $x = 0$ закреплен упруго, а конец $x = l$, начиная с момента $t = 0$, приложена продольная сила $F(t)$ на единицу площади сечения.
8. В полосе $0 < x < l, t > 0$ для уравнения $u_{tt} = a^2 u_{xx}$ решить смешанную задачу с условиями:
- $$u(0,t) = u(l,t) = 0,$$
- $$u(x,0) = 0, \quad u_t(x,0) = \sin \frac{2p}{l} x.$$
9. В полосе $0 < x < l, t > 0$ для уравнения $u_t = a^2 u_{xx}$ решить смешанную задачу с условиями: $u(0,t) = u(l,t) = 0, u(x,0) = Ax$.
10. Найти решение уравнения Лапласа в полуполосе $0 < x < \Gamma, 0 < y < l$ соответственно по краевым условиям
- $$u(x,0) = u_y(x,l) = 0, \quad u(0,y) = f(y), \quad u(\Gamma, y) = 0.$$

Примерный перечень зачетных заданий

1. Найти общее решение уравнения первого порядка

$$\cos y \frac{\partial z}{\partial x} + \cos x \frac{\partial z}{\partial y} = \cos x \cos y.$$

2. Определить тип уравнений второго порядка

$$u_{xx} + 2u_{xy} - 2u_{yy} + 6u_{zz} = 0.$$

3. Привести уравнение к каноническому виду

$$\operatorname{tg}^2 x u_{xx} - 2y \operatorname{tg} x u_{xy} + y^2 u_{yy} + u_y = 0, \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right).$$

4. Методом характеристик решить задачу Коши

$$x^2 u_{xx} - 2x u_{xy} - 3u_{yy} + \frac{3}{16} u = 0, \quad u|_{y=1} = 0, \quad u_y|_{y=1} = x^{\frac{3}{2}}, \quad x > 0.$$

5. Решить задачу Коши методом факторизации

$$x u_{xx} - u_{yy} + 0,5 u_x = 0, \quad u|_{y=0} = x, \quad u_y|_{y=0} = 0, \quad x > 0.$$

Типовое задание теста:

Укажите правильные ответы:

Выход уравнения диффузии вещества основывается на ...

- законе Гука.
- балансе массы.
- законе Фурье.
- законе Ньютона.
- законе Фика.

6.2.2. Вопросы к экзамену

1. Выход уравнения колебания струны
2. Выход уравнения колебания мембранны
3. Выход уравнений гидродинамики
4. Выход уравнения распространения тепла
5. Выход уравнения неразрывности при движении жидкости и уравнения Лапласа
6. Локальная классификация уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными
7. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными
8. Понятие характеристики линейного уравнения второго порядка. Роль характеристик в постановке задачи Коши
9. Определение системы Коши-Ковалевской и постановка задачи Коши для неё
10. Задача Коши с аналитическими данными. Теорема Коши-Ковалевской
11. Понятие корректности задач математической физики. Пример Адамара
12. Одномерное волновое уравнение. Формула Даламбера
13. Волновое уравнение с тремя пространственными переменными. Формула Кирхгофа
14. Волновое уравнение с двумя пространственными переменными. Формула Пуассона. Метод спуска
15. Понятие области зависимости, области влияния и области определения
16. Неоднородное волновое уравнение. Случай трех пространственных переменных. Запаздывающий потенциал
17. Неоднородное волновое уравнение случай двух и одной пространственных переменных
18. Единственность решения задачи Коши

19. Корректность постановки задачи Коши
20. Задача Гурса
21. Некорректно поставленные задачи
22. Функция Римана
23. Уравнение теплопроводности. Принцип максимума
24. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности
25. Задача Коши. Гладкость решения
26. Неоднородное уравнение теплопроводности
27. Гармонические функции. Свойства гармонических функций. Понятие регулярной гармонической функции в бесконечно удаленной точке
28. Формулы Грина для гармонических функций
29. Интегральное представление гармонических функций
30. Теоремы о среднем для гармонических функций. Принцип экстремума
31. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа
32. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре. Формула Пуассона
33. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в полупространстве. Формула Пуассона
34. Основное свойство знакопостоянных гармонических функций. Теорема Лиувилля
35. Теорема Гарнака для гармонических функций
36. Потенциалы простого и двойного слоя. Простейшие свойства, формулы для скачка
37. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям. Применение теории Фредгольма к решению задач Дирихле и Неймана
38. Определение обобщенного решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа и Пуассона.
39. Решение смешанной задачи для уравнения колебания струны
40. Общие свойства собственных функций и собственных значений
41. Обоснование метода Фурье
42. Изучение колебания мембранны
43. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности в прямоугольной области методом Фурье
44. Применение специальных функций при отыскании решений
45. Вариационная формулировка краевых задач.
46. Методы приближенного решения задач математической физики в вариационной формулировке.

6.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования

Примерный перечень контрольных работ

Контрольная работа №1

1. Решить задачу Коши методом характеристик, методом факторизации

$$u_{xx} - 2 \sin x u_{xy} - (3 + \cos^2 x) u_{yy} + u_x + (2 - \sin x - \cos x) u_y = 0,$$

$$u(x, \cos x) = 0, \quad u_y(x, \cos x) = e^{-x^2/2} \cos x.$$

2. Решить систему первого порядка методом соотношений на характеристиках, методом Коши-Ковалевской

$$\begin{aligned} u_x - v_x - v_t &= 7, \\ u_x - 4v_x + u_t &= 20, \\ u|_{t=0} &= x + 2, \quad v|_{t=0} = 1 - 5x. \end{aligned}$$

Контрольная работа №2

1. Методом разделения переменных построить решение смешанной задачи:

$$u_{tt} - 4u_t - u = 9u_{xx} - e^{\frac{2}{5}t} \sin x - 9\pi + 8 + 2t + 3x,$$

$$u|_{t=0} = 9\pi - 3x, \quad u_t|_{t=0} = -2, \quad u|_{x=0} = -2t + 9\pi, \quad u|_{x=3\pi} = -2t.$$

2. Методом разделения переменных построить решение смешанной задачи:

$$u_t - 9\pi^2 u = 64u_{xx} + 3t \cos \frac{5\pi}{8} x + 4(3x - 8)(1 - 9\pi^2 t),$$

$$u|_{t=0} = -\frac{4}{\pi^2} \cos \frac{5\pi}{8} x, \quad u_x|_{x=0} = 12t, \quad u|_{x=4} = 16t.$$

3. Методом разделения переменных построить решение краевой задачи:

$$\Delta u(x, y) = 0, \quad x^2 + y^2 \leq R^2,$$

$$u_r(R, \varphi) = A \cos \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi.$$

Примерный перечень семестровых заданий

Семестровая работа №1

1. Проверить, что данные функции являются решениями нелинейного уравнения второго порядка. Определить тип уравнения на каждом решении:

$$u_{xx} - 4u_{xy} + u_{yy}^2 = 0,$$

$$u_1 = \frac{x^2}{2} + y^2 + \frac{9}{8}xy, \quad u_2 = y, \quad u_3 = \frac{3}{2}(x + y)^2.$$

2. Привести уравнение к каноническому виду в областях постоянства типа:
РПД «Уравнения математической физики»

$$4y^2u_{xx} - e^{2x}u_{yy} - y^2u_x = 0.$$

3. Решить задачи Коши и указать область однозначного определения решений по начальным, заданных на множестве $\{(x,0) | x \in (-3,2)\}$:

$$a) u|_{y=0} = -x + x^2, \quad u_y|_{y=0} = 2 + 2x + 2x^2, \quad b) u|_{x=-y} = 3y, \quad u_x|_{x=-y} = -1.$$

4. Определить тип системы, найти общее решение и решение задачи Коши:

$$\begin{cases} u_t - 2v_t - 4u_x = -4, & u(0) = 2x - 2, \\ v_t + u_x + 3v_x = 4, & v(0) = 4x + 4. \end{cases}$$

5. Найти решение задачи Коши:

$$\begin{cases} -u_t + v_t - 2u_x + 2v_{xt} + v_{xx} + u = 0, & u(0) = -3x - 2, \\ 3u_t + v_t + u - 2v_{xt} + 2v_{tt} - v_{xx} = 0, & v(0) = 3x + 3, v_t|_{t=0} = 3x - 9/2. \end{cases}$$

6. Методом разделения переменных найти решение задачи Коши:

$$u_{tt} = \Delta u + t^2 e^{5\sqrt{2}z} \cos 5(x+y), \quad (x,y,z) \in R^3, t > 0,$$

$$u|_{t=0} = e^{2x+y} \cos(2z), \quad u_t|_{t=0} = e^{3y+4z} \sin(5z), \quad (x,y,z) \in R^3.$$

Семестровая работа №2

1. Методом разделения переменных построить решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа:

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} - 2u_t = 4t(\sin x - x), & 0 < x < \pi/2, \quad t > 0, \\ u(0,t) = 3, & t \geq 0, \\ u_x(\pi/2, t) = t^2 + t, & t \geq 0, \\ u(x,0) = 3, & 0 < x < \pi/2, \\ u_t(x,0) = x + \sin x, & 0 < x < \pi/2. \end{cases}$$

2. Методом разделения переменных построить решение смешанной задачи для уравнения параболического типа:

$$\begin{cases} u_t = \alpha^2 u_{xx}, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u_x(0,t) = u(l,t) = 0, & t \geq 0, \\ u(x,0) = A(l-x), & 0 < x < l. \end{cases}$$

3. Методом разделения переменных построить решение краевой задачи для уравнения эллиптического типа:

$$\begin{cases} \Delta u(x,y) = 0, & 0 < x < \infty, \quad 0 < y < l, \\ u(x,0) = u(x,l) = 0, & 0 < x < \infty, \\ u(0,y) = y(l-y), & 0 < y < l \\ \lim_{x \rightarrow \infty} u(x,y) = 0. \end{cases}$$

4. Методом разделения переменных построить решение краевой задачи для уравнения эллиптического типа:

$$\begin{cases} \Delta u(x,y) = 0, & x^2 + y^2 \leq R^2, \\ u_r(R,\varphi) = A \cos \varphi, & 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Критерии оценки знаний студентов

Предусмотрена рейтинговая система оценки всех видов деятельности.

Текущий контроль (TK): посещение лекций, практических занятий.

Рубежный контроль (РК): две контрольные работы, семестровая работа.

Итоговый контроль (ИК): экзамен в виде ответов на вопросы экзаменационного билета.

Максимальное число баллов по каждому виду контроля следующее: ТК – 27 баллов, РК – 33 баллов, ИК – 40. Каждый вид деятельности оценивается следующим образом:

Текущий контроль:

- посещение лекций – 1 балл каждое занятие (максимально 18 баллов);
- посещение практических занятий – 1 балл каждое занятие (максимально 9 баллов).

Рубежный контроль:

- выполнение семестровых заданий – 10-ти бальная оценка за выполнение работы (семестровая работа состоит из 10 заданий, за каждое верно решенное задание – 1 балл);
- две контрольные работы – оцениваются по 10-ти бальной шкале (максимально 20 баллов);
- реферат – оценивается 3 баллами.

Итоговый контроль:

- экзамен в виде ответов на вопросы экзаменационного билета – максимально 40 баллов.

Рейтинговый балл (РБ) рассчитывается с учетом набранных баллов по всем видам контроля со следующими весовыми коэффициентами:

$$РБ=ТК+РК+ИК \text{ (максимально 100 баллов)}$$

Соответствие рейтингового показателя традиционной оценке:

<i>Сумма баллов для дисциплины</i>	<i>Оценка</i>	<i>Буквенный эквивалент</i>
86 - 100	5	отлично
66 - 85	4	хорошо
41 - 65	3	удовлетворительно
0 - 40	2	неудовлетворительно

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах [Текст]: учеб. пособие / А. Б. Васильева [и др.]. 3-е изд., испр. - СПб.: Лань, 2010. - 429 с.

2. Емельянов, В.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. – СПб.: Лань, 2008. Точка доступа:
<http://e.lanbook.com/view/book/140/>
3. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: сб. задач для вузов / А. Ф. Филиппов. - М.; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2005.
4. Глухарева Т.В. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: мультимедийный электронный учебно-методический комплекс / Кемеровский гос. ун-т, Кафедра дифференциальных уравнений; сост. Т. В. Глухарева [и др.]. - Электрон. дан. - Кемерово: КемГУ, 2013. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM)
<http://edu.kemsu.ru/res/res.htm?id=14719>

б) дополнительная литература:

5. Бицадзе, А. В. Сборник задач по уравнениям математической физики: учебное пособие / А. В. Бицадзе, Д. Ф. Калиниченко. – М.: Наука, 1985.
6. Петровский, И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И. Г. Петровский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.
7. Глухарева, Т.В. Уравнения математической физики: учеб.-метод. пособие / сост.: Т. В. Глухарева, И. В. Казаченко. - Кемерово: Кемеровский госуниверситет, 2010
8. Медведев, А.В. Уравнения математической физики : учеб.-метод. пособие / сост.: А. В. Медведев, П. Н. Победаш . - Кемерово , 2010 .

8. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

www.mathnet.ru - общероссийский математический портал;
www.library.kemsu.ru - электронный каталог НБ КемГУ;
www.elibrary.ru - научная электронная библиотека;
www.lib.mexmat.ru - электронная библиотека механико-математического факультета МГУ;
www.newlibrary.ru - новая электронная библиотека;
www.edu.ru - федеральный портал российского образования.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых основными являются способности и умения применять средства и методы математики в задачах практики самого широкого спектра. Важным является навык самостоятельно приобретать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку и рекомендации в той или иной проблемной ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, в ходе выполнения курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом самостоятельная работа студентов играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.

9.1 Советы по планированию и организации времени, необходимого для изучения дисциплины.

Рекомендуется следующим образом организовать время, необходимое для изучения дисциплины «Уравнения математической физики»

циплины:

Изучение конспекта лекции «Уравнения математической физики» в тот же день, после лекции – 10-15 минут.

Изучение конспекта лекции за день перед следующей лекцией – 10-15 минут.

Изучение теоретического материала по учебнику и конспекту – 1 час в неделю.

Подготовка к практическому занятию – 1 час.

Всего в неделю – 3 часа 25 минут.

9.2. Отписание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»).

При изучении дисциплины очень полезно самостоятельно изучать материал, который еще не прочитан на лекции не применялся на практических занятиях. Освоение материала лекции в этом случае происходит гораздо качественнее, поскольку по ходу лекции уже можно задать вопросы. В случае, когда избирается более традиционный путь следования изложению материала на лекции, для понимания материала и качественного его усвоения рекомендуется такая последовательность действий:

1. После прослушивания лекции и окончания учебных занятий, при подготовке к занятиям следующего дня, нужно сначала просмотреть и обдумать текст лекции, прослушанной сегодня (10-15 минут).

2. При подготовке к лекции следующего дня, нужно просмотреть текст предыдущей лекции, подумать о том, какая может быть тема следующей лекции (10-15 минут).

3. В течение недели выбрать время (1-час) для работы с литературой по численному анализу в библиотеке.

2. При подготовке к практическим занятиям следующего дня, необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме домашнего задания. При выполнении упражнения или задачи нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Если это не дало результатов, и Вы сделали задачу «по образцу» аудиторной задачи, или из методического пособия, нужно после решения такой задачи обдумать ход решения и опробовать решить аналогичную задачу самостоятельно.

9.3. Рекомендации по использованию материалов учебно-методического комплекса.

Рекомендуется использовать методические материалы по курсу уравнений с частными производными или уравнений математической физики, текст лекций преподавателя (если он имеется). Рекомендуется использовать электронные учебно-методические пособия по решению задач, имеющиеся на факультетском сервере.

9.4 Рекомендации по работе с литературой.

Теоретический материал курса становится более понятным, когда дополнительно к прослушиванию лекции и изучению конспекта, изучаются и книги по предмету. Литературу по курсу уравнений математической физики рекомендуется изучать либо в библиотеке, либо в электронном виде дома. Полезно использовать несколько учебников. Рекомендуется стремиться к пониманию текста, а не формальному «заучиванию» материала, с этой целью рекомендуется после изучения очередного параграфа выполнить несколько простых упражнений на данную тему и кратко сформулировать для себя суть прочтенного. То есть, мысленно задать себе следующие вопросы (и попробовать ответить на них): о чем этот параграф?, какие новые понятия введены, каков их смысл?, сколько теорем в этом параграфе и каков их смысл «своими словами», будет ли верна теорема, если опустить некоторые условия в ее формулировке?. Доказательства теорем следует не заучивать, а «понять». С этой целью рекомендуется записать идею доказательства, составить план доказательства, попробовать доказать тео-

рему самостоятельно, может быть другим способом, сравнить доказательство теоремы в конспекте и в учебнике. При изучении теоретического материала полезно составлять схемы методов или содержания теоретического материала.

9.5. Советы по подготовке к зачету и экзамену.

При подготовке к зачету или экзамену следует повторить теорию: определения всех понятий и формулировки теорем, добиваясь понимания положений теории и практических методов решения и еще раз самостоятельно решить по нескольку типовых задач из каждой темы. При решении задач уметь проверять правильность полученного решения. В теоретических вопросах экзамена стараться выделить главное, самое существенное в результатах и в доказательстве. Не понятые моменты и вопросы теории выписать для прояснения на консультациях.

9.6. Указания по организации работы с контрольно-измерительными материалами, по выполнению домашних заданий.

При выполнении домашних заданий необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме задания. При выполнении упражнения или задачи нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи, попытаться запрограммировать. Если это не дало результатов, и Вы сделали задачу «по образцу» аудиторной задачи, или из методического пособия, нужно после решения такой задачи обдумать ход решения и попробовать решить аналогичную задачу самостоятельно.

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

1. Поисковые и справочные системы в Интернете для закачки или работы с источниками в режиме «он лайн»;
2. Использовать пакеты аналитических вычислений для проверки полученных решений или графического анализа решений;
3. Компьютерное тестирование в системе ФЭПО;
4. Программы Skype или TrueConf для организации дистанционного обучения и консультаций.

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

При освоении дисциплины для выполнения практических занятий необходимы аудитории с обычными или электронными досками. Полезно использовать пакеты аналитических вычислений (Maple, Derive, Mathematica и т.п.). Для проведения лекционных занятий, желательно использовать мультимедийная аудитория с набором лицензионного базового программного обеспечения. Основным инструментом для тестирования служат разработанные материалы в бумажном исполнении или электронном виде в программной среде «АСТ-Тест».

12. ИНЫЕ СВЕДЕНИЯ И МАТЕРИАЛЫ

12.1. Цели освоения дисциплины

Целью преподавания дисциплины «Уравнения математической физики» является:

- формирование у будущих специалистов теоретических знаний и представлений в области уравнений математической физики;
- приобретение практических навыков в исследовании и решении начально-краевых задач для основных типов уравнений математической физики;
- развитие навыков математического моделирования в прикладных областях математики;
- совершенствование навыков работы с научной литературой и разнообразными информационными источниками и использования появляющихся информационных технологий.

И в итоге:

- подготовить бакалавра к успешной работе в области естественнонаучного направления на основе гармоничного сочетания научной, фундаментальной и профессиональной подготовки;
- создать условия для овладения универсальными и предметно-специализированными компетенциями, способствующими его социальной мобильности и успешности на рынке труда.

12.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине осуществляется на основе образовательных программ, разработанных факультетом и адаптированных для обучения указанных обучающихся, например, используются средства конференц-связи типа True Conf, Skype и т.п.

Обучение по образовательной программе инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется факультетом с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Учебно-методическая документация по дисциплине предусматривает проработку лекционного материала и выполнение индивидуальных заданий с использованием учебно-методических материалов для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

Составитель: В.В. Рагулин, доцент кафедры дифференциальных уравнений КемГУ.