

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Кемеровский государственный университет»

Институт фундаментальных наук



УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по УОР
М. Г. Леухова
«01» сентября 2016

Программа
государственного экзамена

Направление подготовки
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки
«Математический анализ и приложения»

Квалификация выпускника
Бакалавр

Кемерово 2016

1. Общие положения

Государственный экзамен по математике для направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» включает в себя следующие дисциплины: Математический анализ, Фундаментальная и компьютерная алгебра, Аналитическая геометрия, Дифференциальные уравнения, Системы компьютерной математики в решении научных задач.

Форма проведения государственного экзамена - письменная работа. Экзаменационный билет (по математике) содержит десять тестовых вопросов и две кейс - задачи. Во время выполнения теста запрещено пользоваться учебниками, конспектами, другой литературой, а также техническими средствами связи. На выполнение теста отводится 90 минут, на выполнение кейс-задач – 90 мин. Ответ на все 12 задач билета оформляется письменно, решение двух последних задач должно быть полным. Выполнение кейс-задач проходит в компьютерном классе. Студент должен составить математическую модель конкретной математической задачи. В ходе решения математической задачи он имеет право воспользоваться системой Maple или SciLab, Python или другими системами компьютерной математики.

Ответ проверяет комиссия, состоящая не менее чем из трех экзаменаторов. Апелляция проводится на следующий день после проведения экзамена.

2. Перечень вопросов выносимых на экзамен

1. Определение группы.
2. Определение кольца.
3. Свойства операций сложения, умножения, возведения в степень комплексных чисел.
4. Деление многочленов с остатком.
5. Теорема Безу.
6. Формулы Виета.
7. Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида.
8. Определение векторного пространства.
9. Подпространство векторного пространства.
10. Сумма и пересечение подпространств. Прямые суммы.
11. Определение квадратичной формы.
12. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

13. Линейные отображения векторных пространств. Матрица линейного отображения.
14. Ядро и образ линейного отображения.
15. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.
16. Евклидово пространство.
17. Скалярное произведение векторов.
18. Векторное произведение векторов трехмерного пространства.
19. Смешанное произведение векторов трехмерного пространства.
20. Линейная зависимость системы векторов.
21. Общее уравнение прямой на плоскости.
22. Общее уравнение прямой в пространстве.
23. Каноническое уравнение прямой в пространстве.
24. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
25. Взаимное расположение двух прямых на плоскости
26. Угол между двумя прямыми.
27. Условие принадлежности двух прямых одной плоскости.
28. Взаимное расположение прямых в пространстве.
29. Общее уравнение плоскости
30. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку ортогонально данному вектору
31. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.
32. Расстояние от точки до плоскости
33. Угол между плоскостями.
34. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
35. Угол между прямой и плоскостью, взаимное расположение двух прямых, прямой и плоскости в пространстве.
36. Эллипс. Каноническое уравнение эллипса.
37. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы.
38. Парабола. Каноническое уравнение параболы.
39. Цилиндры. Канонические уравнения.
40. Конус. Каноническое уравнение.
41. Эллипсоид. Каноническое уравнение эллипсоида.
42. Однополостный гиперболоид. Каноническое уравнение.
43. Двуполостный гиперболоид. Каноническое уравнение.
44. Эллиптический параболоид. Каноническое уравнение.
45. Гиперболический параболоид. Каноническое уравнение.
46. Точная верхняя, точная нижняя грань и их существование.
47. Предел числовой последовательности.
48. Подпоследовательности, верхний и нижний пределы.
49. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности.
50. Критерий Коши существования предела последовательности.

51. Лемма о вложенных промежутках.
52. Предел функции в точке.
53. Первый замечательный предел.
54. Второй замечательный предел.
55. Непрерывность в точке функции одного переменного.
56. Производная функции одного переменного.
57. Производная сложной функции.
58. Механический смысл производной.
59. Геометрический смысл производной.
60. Теорема Ролля
61. Теорема Лагранжа
62. Правило Лопиталая.
63. Локальная формула Тейлора.
64. Разложения элементарных функций.
65. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
66. Признаки монотонности функции.
67. Необходимое условие локального экстремума.
68. Достаточное условие локального экстремума.
69. Признаки выпуклости функции.
70. Точки перегиба функции.
71. Асимптоты графика функции.
72. Определенный интеграл Римана.
73. Формула Ньютона-Лейбница.
74. Замена переменной в определенном интеграле.
75. Интегрирование по частям.
76. Механические приложения определенного интеграла.
77. Геометрические приложения определенного интеграла.
78. Физические приложения определенного интеграла.
79. Длина дуги кривой.
80. Функции многих переменных.
81. Предел функции многих переменных.
82. Частные производные функции многих переменных.
83. Дифференциал функции многих переменных.
84. Производная по направлению.
85. Градиент.
86. Дифференцирование сложных функций.
87. Сходимость числового ряда. Необходимое условие сходимости.
88. Признак сравнения рядов с положительными членами.
89. Признак сходимости Даламбера
90. Признак сходимости Коши
91. Интегральный признак сходимости числового ряда.

92. Признак Лейбница сходимости числового ряда.
93. Абсолютная и условная сходимость.
94. Равномерная сходимость функциональной последовательности.
95. Равномерная сходимость функционального ряда.
96. Степенной ряд, радиус сходимости, формула Коши-Адамара.
97. Несобственные интегралы.
98. Интегралы, зависящие от параметра.
99. В-функция.
100. Г-функция.
101. Криволинейные интегралы 1-го рода.
102. Криволинейные интегралы 2-го рода.
103. Поверхностные интегралы 1-го рода.
104. Поверхностные интегралы 2-го рода.
105. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
106. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
107. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
108. Линейные уравнения произвольного порядка с постоянными коэффициентами.
109. Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

2.1 Образец экзаменационного билета

1. Дана плоскость $2x+3y-5z=0$. Ортогональный вектор данной плоскости равен:

- 1) $\{2,3,-5,1\}$
- 2) $\{-3,2,1,5\}$
- 3) $\{4,6,2\}$
- 4) $\{2,3,-5\}$

Выберите правильный ответ.

2. Даны две прямые $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-4}{3}$ и $\begin{cases} x = 1 + 4t, \\ y = 2 + 10t, \\ z = 3 + 6t, \end{cases} t \in \mathbb{R}$. Эти прямые

- 1) совпадают
- 2) параллельны
- 3) пересекаются
- 4) скрещиваются

3. Группой называется множество G , на котором определена бинарная операция $*$ и выполнены следующие аксиомы:

- 1) $(a * b) * c = a * (b * c)$, для всех $a, b, c \in G$.

- 2) $a * b = b * a$, для всех $a, b \in G$.
- 3) $\exists e \in G$, такой что для всех $a \in G$ выполняется $a * e = e * a = a$
- 4) $\forall a \in G$ существует $a^{-1} \in G$, такой что $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$.

Выберите из предложенных вариантов аксиомы группы.

4. $f(x, y) = x^2 + y^2 + 3xy$ это:

- 1) Положительно определенная квадратичная форма
- 2) Отрицательно определенная квадратичная форма
- 3) Знаконеопределенная квадратичная форма
- 4) Не квадратичная форма

5. Числовой ряд $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$

- 1) Сходится условно
- 2) Сходится абсолютно
- 3) Расходится

6. Производная функции $y = \sin^2 x$ равна

- 1) $y' = \cos^2 x$
- 2) $y' = \cos 2x$
- 3) $y' = \sin 2x$
- 4) $y' = 2 \cos x$

7. Функция $z = xy$ в точке $(0,0)$ имеет

- 1) локальный минимум
- 2) локальный максимум
- 3) не имеет экстремума

8. Длина дуги отрезка кривой $y = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2} \ln(x)$ от точки $x_1 = 1$ до $x_2 = e$

равна:

- 1) $\frac{1}{2}$
- 2) $\frac{1}{4}$
- 3) $e^2/4$
- 4) $\frac{1}{4}(e^2 + 1)$

9. Выберите из предложенных вариантов функций ту, которая является решением дифференциального уравнения $y'' - 2y' + 2y = 0$:

- 1) $y = e^x (c_1 \cos x + c_2 \sin x)$
- 2) $y = e^{-x} (c_1 \cos x + c_2 \sin x)$
- 3) $y = e^{2x} (c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x)$
- 4) $y = e^{-2x} (c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x)$

10. Угловым коэффициентом касательной к интегральной кривой уравнения

$y' = x$, проходящей через точку $M(1;1)$ в этой точке равен:

- 1) $\frac{1}{2}$
- 2) 1
- 3) 0
- 4) $\frac{1}{4}$

11. Два автомобиля выехали навстречу друг другу по прямолинейной трассе из населенных пунктов, расстояние между которыми равно 30 км. Первые 40 секунд зависимость скорости первого автомобиля от времени выражается функцией:

$$v(t) = \begin{cases} 0,02t^2, & t \in [0,20] \\ -0,02t^2 + 1,6t - 16, & t \in [20,40] \end{cases},$$

а потом автомобиль едет с постоянной скоростью равной 16м/с. Скорость второго автомобиля в первые 20 секунд зависит от времени по следующему закону:

$$u(t) = \begin{cases} 0,14t^2, & t \in [0,10] \\ -0,14t^2 + 5,6t - 28, & t \in [10,20] \end{cases}$$

Далее автомобиль движется со скоростью 28м/с. Через сколько минут после начала движения встретятся эти автомобили.

12. Скорость распада радия в каждый момент времени пропорциональна имеющемуся наличному количеству его. Найти закон распада радия, если начальное количество радия составляет Q_0 и известно, что через 1600 лет останется лишь половина этого количества.

3. Критерии оценки результатов сдачи экзамена

Каждый вопрос оценивается в баллах. Правильный ответ каждого вопроса из первых 10 оценивается в 2 балла. Неправильный ответ – 0 баллов. Два последних вопроса оцениваются от 0 до 10 баллов дифференцированно следующим образом:

- до 2 баллов – постановка проблемы, определение основных переменных;
- до 4 баллов – построение математической модели;
- до 6 баллов – построение математической модели и решение одного из этапов задачи этой модели;
- до 8 баллов – решение задачи с незначительными ошибками или недочетами;
- 10 баллов – полное правильное решение задачи

Шкала для перевода баллов в оценку по пятибальной шкале:

Первичный балл	Оценка
0-11 баллов	Неудовлетворительно
12-20 балла	Удовлетворительно
21-30 баллов	Хорошо
31-40 баллов	Отлично

4. Рекомендации по подготовке к экзамену.

При подготовке к экзамену рекомендуется использовать предложенную в пункте 5 учебную литературу и руководствоваться предложенной в пункте 2

5. Рекомендуемая литература для подготовки к экзамену.

1. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] : учебник / П. С. Александров. - 2-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. - 511 с.
2. Андреев, А. Н. Избранные главы теории дифференциальных уравнений [Текст] : учебное пособие / А. Н. Андреев ; Кемеровский гос. ун-т. - Кемерово: [б.и.], 2012. - 111 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=44307
3. Бахвалов, С. В. Сборник задач по аналитической геометрии [Текст] : учеб. пособие / С. В. Бахвалов, П. С. Моденов, А. С. Пархоменко. - 5-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. - 384 с.
Бибиков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений/ Ю.Н. Бибиков. СПб.: Лань, 2011. Точка доступа:
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=1542
4. Борисов, В. Г. Численное исследование модельных задач внешней баллистики и небесной механики [Электронный ресурс] : электронное учебное пособие (тексто-графические учебные материалы) / В. Г. Борисов ; Кемеровский гос. ун-т, Кафедра дифференциальных уравнений. - Электрон. дан. (2,2 Мб). - Кемерово : КемГУ, 2014. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM)
<http://edu.kemsu.ru/res/res.htm?id=15206>
5. Гудов, А.М. Междисциплинарный государственный экзамен по математике, информатике и информационным технологиям на математическом факультете: электронное учебное пособие /А. М. Гудов, В. А. Шалаумов, Депозитарий КемГУ, Кемерово - 2015
6. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Модестов. - 3-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 276 с.
7. Дьяконов В.П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. Издательство: ДМК Пресс. ISBN 978-5-94074-751-2; 2011 г. 800 стр.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3034
8. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра [Текст] : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2014. - 307 с.

9. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учебник / А. Г. Курош. - 18-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 432 с.
10. Кытманов, А. М. Математический анализ [Текст] : учебное пособие для бакалавров / А. М. Кытманов [и др.]; под общ. ред. А. М. Кытманова; Сибирский федеральный ун-т, Ин-т математики. - Москва : Юрайт, 2014. - 607 с.
11. Романко, В.К. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Текст] / В.К. Романко [и др.] . – 3-е изд. – Изд-во «Бином. Лаборатория знаний», 2012. – 219 с.
12. Сборник задач по математическому анализу. В 3 т. [Текст] : учеб.
13. пособие. Т. 2. Интегралы. Ряды / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 502 с.
14. Сборник задач по математическому анализу. В 3 т. [Текст] : учеб.
15. пособие. Т. 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 495 с.
16. Смоленцев, Н.К. Математический анализ-1 [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н. К. Смоленцев. - Электрон. текстовые дан. - Кемерово : КемГУ, 2010. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM). <http://edu.kemsu.ru/res/res.htm?id=13505>
17. Тер-Крикоров, А.М. Курс математического анализа [Текст]: учеб.
18. пособие / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. - 4-е изд., испр. - М.: Бином. Лаборатория Знаний, 2009. - 671 с.